

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Алтайский государственный педагогический университет»  
(ФГБОУ ВО «АлтГПУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
проректор по образовательной  
деятельности

\_\_\_\_\_ С.П. Волохов

**ПРЕДМЕТНО- МЕТОДИЧЕСКИЙ МОДУЛЬ ПО  
ПРОФИЛЮ "МАТЕМАТИКА"**

**Алгебра и теория чисел**

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	<b>Кафедра математики и методики обучения математике</b>
Учебный план	zМиИ44.03.05_2023.plx 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Квалификация	<b>бакалавр</b>
Форма обучения	<b>заочная</b>
Общая трудоемкость	<b>12 ЗЕТ</b>

Часов по учебному плану	432	Виды контроля на курсах:
в том числе:		экзамены 1
аудиторные занятия	46	зачеты 1
самостоятельная работа	365	зачеты с оценкой 2
часов на контроль	17	

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Исаев Исмаил Мусаевич; к.п.н., доцент, Тыщенко Оксана Анатольевна; к.ф.-м.н., доцент, Кислицин Алексей Владимирович \_\_\_\_\_

Рабочая программа дисциплины

### **Алгебра и теория чисел**

разработана на основании ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

составлена на основании учебного плана 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Уровень: бакалавриат; квалификация: бакалавр), утвержденного Учёным советом ФГБОУ ВО «АлтГПУ» от 24.04.2023, протокол № 9.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

### **Кафедра математики и методики обучения математике**

Протокол № 6 от 31.01.2023 20:00:00 г.

Срок действия программы: 2023-2029 уч.г.

Зав. кафедрой Борисенко Оксана Викторовна

### **Распределение часов дисциплины по курсам**

Курс	1		2		Итого	
	уп	рп	уп	рп		
Лекции	8	8	10	10	18	18
Практические	10	10	18	18	28	28
Контроль самостоятельной работы	2	2	2	2	4	4
Итого ауд.	18	18	28	28	46	46
Контактная работа	20	20	30	30	50	50
Сам. работа	183	183	182	182	365	365
Часы на контроль	13	13	4	4	17	17
Итого	216	216	216	216	432	432

1.1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.1.1	познакомить студентов с кругом задач классической и современной алгебры

1.2. ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.2.1	прояснить роль алгебраических понятий во взаимосвязи с другими математическими дисциплинами;
1.2.2	сформировать у студентов элементы математической культуры, которые смогут обеспечить ясное понимание смысла и значения разделов математики, изучаемых в школе.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Цикл (раздел) ОП:	К.М.07
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Для освоения дисциплины обучающиеся используют знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения школьного курса алгебры.
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Математическая логика
2.2.2	Теория алгоритмов
2.2.3	Теория чисел
2.2.4	Числовые системы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
<b>ПК-3.1:</b> Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	
<b>ПК-1.1:</b> Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).	
<b>ПК-1.2:</b> Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	
<b>УК-1.2:</b> Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	

**В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен**

<b>3.1</b>	<b>Знать:</b>
3.1.1	роль и место математики в общей картине научного знания;
3.1.2	структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики.
<b>3.2</b>	<b>Уметь:</b>
3.2.1	осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.
<b>3.3</b>	<b>Владеть:</b>
3.3.1	действием проектирования различных форм учебных занятий,
3.3.2	навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)					
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература
	<b>Раздел 1. Комплексные числа</b>				
1.1	Определение и основные свойства комплексных чисел /Лек/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.2	Определение и основные свойства комплексных чисел /Пр/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.3	Определение и основные свойства комплексных чисел /Ср/	1	24	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.3
1.4	Возведение комплексных чисел в степень. Извлечение корней из комплексных чисел /Лек/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2

1.5	Возведение комплексных чисел в степень. Извлечение корней из комплексных чисел /Пр/	1	1	ПК-1.1 УК-1.2	Л1.2Л2.3
1.6	Возведение комплексных чисел в степень. Извлечение корней из комплексных чисел /Ср/	1	24	ПК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.2
<b>Раздел 2. Линейная алгебра</b>					
2.1	Системы линейных уравнений /Лек/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.2	Системы линейных уравнений /Пр/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.3	Системы линейных уравнений /Ср/	1	28	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1Л2.2
2.4	Векторные пространства /Лек/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.5	Векторные пространства /Пр/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.6	Векторные пространства /Ср/	1	18	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1Л2.2
2.7	Матрицы и определители /Лек/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.8	Матрицы и определители /Пр/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.9	Матрицы и определители /Ср/	1	22	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.10	Экзамен /Экзамен/	1	13	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3
<b>Раздел 3. Линейные преобразования</b>					
3.1	Линейные операторы /Лек/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.2	Линейные операторы /Пр/	1	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1Л2.2
3.3	Линейные операторы /Ср/	1	27	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.4	Евклидовы пространства /Лек/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.5	Евклидовы пространства /Пр/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.3
3.6	Евклидовы пространства /Ср/	1	16	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.2
3.7	Элементы теории групп и теории колец /Лек/	1	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.8	Элементы теории групп и теории колец /Пр/	1	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3

3.9	Элементы теории групп и теории колец /Ср/	1	24	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.3
3.10	Зачет /Зачёт/	1	0	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
	<b>Раздел 4. Элементы теории чисел</b>				
4.1	Элементы теории делимости /Лек/	2	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.2	Элементы теории делимости /Пр/	2	1	ПК-1.1 УК-1.2	Л1.2Л2.3
4.3	Элементы теории делимости /Ср/	2	18	ПК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.2
4.4	Теория сравнений /Лек/	2	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.5	Теория сравнений /Пр/	2	1	ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.2 Л2.3
4.6	Теория сравнений /Ср/	2	28	ПК-1.1	Л1.2Л2.2 Л2.3
4.7	Первообразные корни и индексы /Лек/	2	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2	Л1.2Л2.3
4.8	Первообразные корни и индексы /Пр/	2	2	УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.3
4.9	Первообразные корни и индексы /Ср/	2	26	ПК-1.1 ПК-1.2	Л1.2Л2.1
	<b>Раздел 5. Алгебра многочленов</b>				
5.1	Многочлены от одной переменной /Лек/	2	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.2	Многочлены от одной переменной /Пр/	2	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.2
5.3	Многочлены от одной переменной /Ср/	2	26	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.4	Приводимость многочленов /Лек/	2	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.1 Л2.3
5.5	Приводимость многочленов /Пр/	2	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.2
5.6	Приводимость многочленов /Ср/	2	26	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.7	Многочлены от нескольких переменных /Лек/	2	1	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.1 Л2.3
5.8	Многочлены от нескольких переменных /Пр/	2	5	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.2
5.9	Многочлены от нескольких переменных /Ср/	2	26	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.10	Алгебраические числа и расширения полей /Лек/	2	3	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.3
5.11	Алгебраические числа и расширения полей /Пр/	2	6	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.2

5.12	Алгебраические числа и расширения полей /Ср/	2	32	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.13	Экзамен /ЗачётСОц/	2	4	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.2Л2.1 Л2.2

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Перечень индикаторов достижения компетенций, форм контроля и оценочных средств

УК-1.2: Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.

ПК-1.1: Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).

ПК-1.2: Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.

ПК-3.1: Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).

### 5.2. Технологическая карта достижения индикаторов

Семестр 1

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.

Виды учебной работы: лекционные занятия

Формы контроля и оценочные средства:

контрольная работа (10 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.

Виды учебной работы: семинарские занятия

Формы контроля и оценочные средства:

индивидуальное задание, контрольная работа (30 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.

Виды учебной работы: контрольный срез

Формы контроля и оценочные средства:

контрольная работа (15 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.

Виды учебной работы: самостоятельная работа

Формы контроля и оценочные средства:

индивидуальное задание (15 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.

Виды учебной работы: экзамен

Формы контроля и оценочные средства:

вопросы к экзамену (30 баллов)

Семестр 2

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.

Виды учебной работы: лекционные занятия

Формы контроля и оценочные средства:

вопросы для устного контроля (20 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.

Виды учебной работы: семинарские занятия

Формы контроля и оценочные средства:

вопросы для устного контроля, контрольная работа (50 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.

Виды учебной работы: контрольный срез

Формы контроля и оценочные средства:

контрольная работа (15 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.

Виды учебной работы: самостоятельная работа

Формы контроля и оценочные средства:

вопросы к зачету (15 баллов)

Семестр 3

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.

Виды учебной работы: лекционные занятия

Формы контроля и оценочные средства:

вопросы для устного контроля (10 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.

Виды учебной работы: семинарские занятия

Формы контроля и оценочные средства:

вопросы для устного контроля, контрольная работа (30 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.  
 Виды учебной работы: контрольный срез  
 Формы контроля и оценочные средства:  
 контрольная работа (15 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.  
 Виды учебной работы: самостоятельная работа  
 Формы контроля и оценочные средства:  
 контрольная работа (15 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.  
 Виды учебной работы: зачет  
 Формы контроля и оценочные средства:  
 вопросы к зачету (30 баллов)

Семестр 4

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.  
 Виды учебной работы: лекционные занятия  
 Формы контроля и оценочные средства:  
 вопросы для устного контроля (10 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.  
 Виды учебной работы: семинарские занятия  
 Формы контроля и оценочные средства:  
 вопросы для устного контроля, контрольная работа (30 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.  
 Виды учебной работы: контрольный срез  
 Формы контроля и оценочные средства:  
 контрольная работа (15 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.  
 Виды учебной работы: самостоятельная работа  
 Формы контроля и оценочные средства:  
 контрольная работа (15 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-3.1, ИУК-1.2.  
 Виды учебной работы: экзамен  
 Формы контроля и оценочные средства:  
 вопросы к экзамену (30 баллов)

### 5.3. Формы контроля и оценочные средства

Семестр 1

Примерные задания для контрольных работ:

Контрольная работа по комплексным числам:

1. Найти модуль и аргумент комплексного числа
2. Найти степень комплексного числа, используя формулу Муавра
3. Изобразить на комплексной плоскости множество комплексных чисел, удовлетворяющих условию
4. Извлечь корень из комплексного числа и изобразить эти корни на комплексной плоскости
5. Выразить  $\cos 3x$  через  $\cos x$  и  $\sin x$ , используя формулу Муавра.

Контрольная работа по системам линейных уравнений и арифметические векторные пространства:

1. Решить систему, используя метод Гаусса
2. Проверить, являются ли векторы линейно зависимыми
3. Найти базис системы векторов, а все остальные векторы системы выразить через базисные.
4. Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений.

Контрольная работа "Матрицы и определители":

1. Решить матричное уравнение.
2. Найти обратную матрицу.
3. Вычислить определитель матрицы.
4. Решить систему линейных уравнений, используя правило Крамера

Выполнить индивидуальные задания по темам:

1. Комплексные числа
2. Системы линейных уравнений и арифметические векторные пространства
3. Матрицы и определители

Вопросы к экзамену:

1. Отображения множеств. Виды отображений. Операции над отображениями.
2. Обратимые отображения. Критерий обратимости.
3. Понятие группы. Примеры и простейшие свойства групп.
4. Понятие кольца и поля. Примеры колец и полей.
5. Поле комплексных чисел. Сопряжение и его свойства.

6. Модуль и аргумент комплексного числа.
7. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Свойства модуля и аргумента.
8. Формула Муавра и ее приложения.
9. Извлечение корня из комплексного числа.
10. Корни из единицы. Первообразные корни из единицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Однородные линейные системы. Критерий существования ненулевых решений.
13. Векторное пространство. Определение и примеры. Простейшие свойства.
14. Линейно зависимые системы векторов и их свойства.
15. Теорема о линейной зависимости линейных комбинаций.
16. Базис и размерность векторного пространства. Критерий базиса пространства  $R^n$ .
17. Координаты вектора в базисе.
18. Подпространства. Критерий подпространства.
19. Операции над подпространствами. Теорема о размерности суммы подпространств.
20. Базис и ранг конечной системы векторов. Понятие линейной оболочки системы векторов.
21. Ранг матрицы. Вычисление ранга.
22. Практическое нахождение базиса системы векторов.
23. Пространство решений однородной системы линейных уравнений ФСР.
24. Теорема Кронекера-Капелли (критерий совместности).
25. Связь между решениями однородной и неоднородной линейной системы, понятие линейного многообразия.
26. Операции над матрицами и их свойства.
27. Перестановки. Четность перестановки.
28. Подстановки. Четность подстановки.
29. Определитель матрицы и его свойства.
30. Определитель Вандермонда и кососимметрической матрицы нечетного порядка.
31. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке.
32. Правило Крамера.
33. Теорема о ранге и ее следствия.
34. Обратная матрица.

#### Семестр 2.

Контрольная работа "Линейные преобразования":

1. Найти матрицу линейного преобразования в базисе.
2. Найти ядро и образ линейного преобразования.
3. Найти матрицу преобразования в новом базисе.
4. Найти матрицу произведения преобразований
5. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования

Контрольная работа "Евклидовы пространства":

1. Используя процесс ортогонализации Грамма-Шмидта построить ортогональный базис пространства
2. Разложить вектор евклидова пространства на проекцию и ортогональную составляющую к данному подпространству.

Контрольная работа по элементам теории групп и колец:

1. Является ли множество относительно указанных операций группой (кольцом, полем).
2. Найти порядок элемента группы
3. Найти делители нуля и обратимые элементы кольца
4. Доказать, что подмножество  $M$  является идеалом кольца  $K$  и построить факторкольцо  $K/M$ .

Вопросы к зачету по семестру 2:

1. Матрица перехода.
2. Координаты вектора в различных базисах.
3. Линейные преобразования. Матрица линейного преобразования. Примеры.
4. Матрица линейного преобразования. Связь между координатами векторов  $\varphi(a)$  и  $a$ .
5. Связь между матрицами линейного преобразования в различных базисах.
6. Операции над линейными преобразованиями. Понятие линейной алгебры.
7. Ядро и образ линейного преобразования.
8. Невырожденные линейные преобразования.
9. Характеристические корни и собственные значения.
10. Линейные преобразования с простым спектром.
11. Евклидово пространство. Неравенство Коши – Буняковского и его приложения.
12. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Процесс ортогонализации.
13. Ортогональные матрицы.
14. Ортогональные преобразования евклидова пространства.
15. Симметрические преобразования евклидова пространства. Теорема о характеристических корнях симметрического преобразования.

16. Теорема о существовании ортонормированного базиса евклидова пространства, в котором матрица симметрического преобразования диагональна.
17. Группы. Определение и примеры. Группа симметрий квадрата.
18. Простейшие свойства группы.
19. Изоморфизм групп, примеры.
20. Порождающее множество группы. Примеры.
21. Декартово произведение групп. Доказать, что группа изоморфна .
22. Подгруппа. Примеры.
23. Циклические группы. Теорема о строении циклических групп.
24. Подгруппы циклических групп.
25. Симметрическая группа.
26. Знакопеременная группа.
27. Конечные группы. Таблица Кэли конечной группы, ее свойства.
28. Смежные классы группы по подгруппе. Свойства смежных классов. Примеры.
29. Теорема Лагранжа и ее следствия.
30. Теорема Кэли о конечных группах.
31. Нормальная подгруппа. Примеры.
32. Факторгруппа.
33. Гомоморфизмы групп. Примеры.
34. Теорема о гомоморфизме. Примеры.
35. Кольца. Примеры колец. Поле. Примеры полей.
36. Изоморфизм колец. Пример изоморфизма. Прямая сумма колец.
37. Подкольцо. Порождающее множество кольца.
38. Делители нуля и обратимые элементы кольца. Примеры.
39. Описание делителей нуля и обратимых элементов в кольце .
40. Доказать, что  $\mathbb{Z}_p$  - поле,  $p$  - простое число.
41. Идеалы колец. Примеры идеалов. Операции над идеалами.
42. Факторкольца. Примеры.
43. Гомоморфизмы колец. Примеры гомоморфизмов.
44. Теорема о гомоморфизме колец.

Выполнить индивидуальные задания по темам:

1. Линейные преобразования.
2. Евклидовы пространства.
3. Элементы теории групп и колец.

Семестр 3.

Контрольная работа "Теория делимости":

1. Доказать, что заданное число простое.
2. Выполнить действия в системе счисления с основанием  $g$ .
3. При каких значениях  $n$  число  $f(n)$  будет составным?
4. Найти все делители заданного числа.

Контрольная работа "Элементы теории сравнений":

1. Решить сравнение первой степени при помощи свойств сравнений.
2. Решить сравнение первой степени при помощи цепных дробей.
3. Решить уравнение в целых числах.
4. Найти полную и приведенную системы вычетов по данному модулю.
5. Найти группу обратимых элементов кольца вычетов по модулю 10.

Контрольная работа "Первообразные корни и индексы":

1. Найти порядок числа по данному модулю.
2. Установить, является ли данное число первообразным корнем по данному модулю.
3. Построить таблицу индексов по данному модулю.
4. При помощи индексирования решить данное сравнение.

Вопросы к зачету по семестру 3:

1. Кольцо целых чисел.
2. Делимость в кольце целых чисел. Свойства делимости.
3. Деление с остатком. Лемма о делении с остатком.
4. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики.
5. НОД и НОК. Алгоритм Евклида.
6. Решето Эратосфена. Бесконечность множества простых чисел.
7. Числовые функции. Количество и сумма делителей натурального числа.
8. Числовые функции. Функция Эйлера.
9. Конечные цепные дроби.

10. Отношение сравнимости по модулю на множестве целых чисел.
11. Свойства сравнений.
12. Кольцо классов вычетов.
13. Полная и приведённая системы вычетов.
14. Теорема Ферма-Эйлера.
15. Решение сравнений первой степени.
16. Решение линейных диофантовых уравнений от двух переменных.
17. Теорема Паскаля. Признаки делимости.
18. Порядок числа по простому модулю.
19. Первообразные корни по простому модулю.
20. Индекс числа по простому модулю. Таблица индексов.
21. Решение сравнений при помощи индексирования.
22. Систематические дроби. Виды дробей. Конечные систематические дроби.
23. Периодические дроби. Длина периода.
24. Смешанные дроби. Длина периода и предпериода.

Выполнить индивидуальные задания по темам:

1. Элементы теории делимости.
2. Элементы теории сравнений.
3. Первообразные корни и индексы.

Семестр 4.

Контрольная работа "Многочлены от одной переменной":

1. Разделить многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$ .
2. Найти НОД и НОК многочленов.
3. Найти кратность корня многочлена при помощи схемы Горнера
4. При каких значениях  $a$  и  $b$  первый многочлен делится нацело на второй.
5. Решить уравнение третьей степени при помощи формулы Кардано.

Контрольная работа "Приводимость многочленов":

1. Над какими из полей  $Q, R, C$  приводим многочлен  $f(x)$ .
2. Разложить данный многочлен на неприводимые множители над полем действительных чисел.
3. Приводим ли данный многочлен над полем рациональных чисел? В случае приводимости разложить его на множители, неприводимые над полем рациональных чисел.
4. Вычислить целые корни многочлена.

Контрольная работа "Многочлены от нескольких переменных":

1. Записать данный многочлен лексикографически.
2. Для данного одночлена  $w(x, y)$  записать многочлен  $S(w(x, y))$ .
3. Выразить данный многочлен через основные симметрические многочлены.
4. При помощи симметрических многочленов решить систему уравнений.

Вопросы к зачету по семестру 4:

1. Кольцо многочленов от одной переменной.
2. Делимость в кольце многочленов от одной переменной. Свойства делимости.
3. Деление многочленов с остатком. Лемма о делении с остатком.
4. Приводимые и неприводимые многочлены.
5. Основная теорема арифметики для многочленов.
6. НОД и НОК многочленов. Алгоритм Евклида.
7. Основная теорема алгебры многочленов.
8. Формулы Виета.
9. Решение уравнений 3-й степени. Формула Кардано.
10. Решение уравнений 4-й степени. Метод Феррари.
11. Теорема Безу и ее следствия.
12. Схема Горнера.
13. Производная многочлена. Свойства производной.
14. Отделение кратных множителей многочлена.
15. Формула Тейлора.
16. Кольцо многочленов от нескольких переменных.
17. Способы записи многочлена от нескольких переменных.
18. Основные симметрические многочлены.
19. Основная теорема о симметрических многочленах.
20. Применение симметрических многочленов.
21. Алгебраическое число. Минимальный многочлен числа.
22. Простое алгебраическое расширение поля.

23. Конечные расширения полей. Теорема о башне.  
24. Неразрешимость этих задач с помощью циркуля и линейки.

Выполнить индивидуальные задания по темам:

1. Делимость в кольце многочленов.
2. Многочлены над полем комплексных чисел.
3. Многочлены над полем действительных чисел.
4. Многочлены над полем рациональных чисел.
5. Многочлены от нескольких переменных

#### 5.4. Оценка результатов обучения в соответствии с индикаторами достижения компетенций

Неудовл.: не достигнут

Удовл. Пороговый уровень: Знает определение и свойства основных объектов абстрактной алгебры (бинарная алгебраическая операция, соответствия между множествами, основные алгебраические структуры – группа, кольцо, поле); алгоритмы применения метода Гаусса и арифметики кольца матриц; основные понятия и свойства линейных операторов; основные понятия и факты теории чисел и теории сравнений; основные свойства кольца многочленов; алгоритмы работы с симметрическими многочленами. Может приводить примеры объектов, фигурирующих в определениях понятий; умеет решать сравнения первой степени, находить первообразные корни по простому модулю с опорой на готовые формулы; умеет практически применять знания арифметики кольца многочленов. Способен решать стандартные задачи с опорой на готовые формулы. Способен решать элементарные задачи.

Хорошо. Базовый уровень: Знает определение и свойства основных объектов абстрактной алгебры и их взаимодействия (бинарная алгебраическая операция, соответствия между множествами, основные алгебраические структуры – группа, кольцо, поле – их свойства, признаки, способы построения, подструктуры); теоретическое обоснование метода Гаусса и арифметики кольца матриц; основные понятия и свойства линейных операторов; основные понятия и факты теории чисел и теории сравнений; основные теоремы о строении кольца многочленов; теоретическое обоснование действий с симметрическими многочленами. Знает идеи доказательства теорем, изучаемых в программе курса. Может приводить примеры объектов, фигурирующих в определениях понятий; умеет выявлять по определению или по критерию различные алгебраические структуры; умеет пользоваться методом Гаусса для решения систем линейных уравнений; умеет решать сравнения первой степени, находить первообразные корни по простому модулю; умеет практически применять знания арифметики кольца многочленов. Может использовать в работе дополнительные источники информации. Способен решать стандартные задачи.

Отлично. Высокий уровень: Знает определение и свойства основных объектов абстрактной алгебры и их взаимодействия (бинарная алгебраическая операция, соответствия между множествами, основные алгебраические структуры – группа, кольцо, поле – их свойства, признаки, способы построения, подструктуры); теоретическое обоснование метода Гаусса и арифметики кольца матриц; основные понятия и свойства линейных операторов; основные понятия и факты теории чисел и теории сравнений; основные теоремы о строении кольца многочленов; теоретическое обоснование действий с симметрическими многочленами. Умеет доказывать теоремы, изучаемые в программе курса. Может приводить примеры объектов, фигурирующих в определениях понятий, применять изученные теоремы на практике; умеет выявлять по определению или по критерию различные алгебраические структуры, доказывать изоморфизм алгебраических структур; умеет пользоваться методом Гаусса для решения систем линейных уравнений; умеет решать сравнения первой степени, находить первообразные корни по простому модулю; умеет практически применять знания арифметики кольца многочленов. Уверенно пользуется работой со всевозможными источниками информации по дисциплине, использованием математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, пониманием универсального характера законов логики математических рассуждений, их применимости в различных областях человеческой деятельности. Способен решать нестандартные задачи.

### 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### 6.1. Рекомендуемая литература

##### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Издание	Экз.
Л1.1	Б. К. Дураков	Краткий курс высшей алгебры и аналитической геометрии: учебник — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2017 — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/84222.html">http://www.iprbookshop.ru/84222.html</a>	9999
Л1.2	Г. А. Сикорская	Алгебра и теория чисел: учебное пособие — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017 — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/78763.html">https://www.iprbookshop.ru/78763.html</a>	9999

##### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Издание	Экз.
Л2.1	Л. Я. Окунев	Высшая алгебра: учебник [для студентов математических и физических специальностей вузов] — Санкт-Петербург : Лань, 2009	71
Л2.2	Л. Я. Окунев	Сборник задач по высшей алгебре: учебное пособие [для студентов технических вузов] — СПб. : Лань, 2009	71

	Авторы, составители	Издание	Экз.
Л2.3	Э. Л. Балюкевич, З. В. Алферова, А. Н. Романников	Алгебра и теория чисел: учебно-методический комплекс — Москва : Евразийский открытый институт, 2011 — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/10599">http://www.iprbookshop.ru/10599</a>	9999

### 6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	Пакет Microsoft Office
6.3.1.2	Пакет LibreOffice
6.3.1.3	Пакет OpenOffice.org
6.3.1.4	Операционная система семейства Windows
6.3.1.5	Операционная система семейства Linux
6.3.1.6	Интернет браузер
6.3.1.7	Программа для просмотра электронных документов формата pdf, djvu

### 6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	Сетевая электронная библиотека педагогических вузов // Электронно-библиотечная система Лань / Издательство Лань
6.3.2.2	Национальная электронная библиотека : федеральная государственная информационная система / Министерство культуры Российской Федерации, Российская государственная библиотека
6.3.2.3	Электронная библиотека НПБ / Алтайский государственный педагогический университет, Научно-педагогическая библиотека
6.3.2.4	eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека
6.3.2.5	Цифровой образовательный ресурс IPR Smart / Ай Пи Ар Медиа

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1	Оборудованные учебные аудитории, в том числе с использованием мультимедийных комплектов, подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.
7.2	Аудитории для самостоятельной работы с подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Курс проводится в форме лекционных и практических (семинарских) занятий. Студент должен:

1. Работать с рекомендованной лектором учебно-методической литературой.
2. Посещение лекционных и практических занятий не является достаточным условием усвоения курса. Необходима активная самостоятельная работа.
3. При подготовке к очередному лекционному занятию следует в целом восстановить (повторить) материал предыдущей лекции (по собственным записям или по соответствующему учебнику). Такой уровень усвоения материала подразумевает знание определений основных понятий и формулировок основных утверждений. Желательно также заполнить пробелы предыдущей лекции: ответить на поставленные во время ее чтения вопросы; выполнить упражнения; восстановить доказательства или их фрагменты утверждений.
4. Регулярно посещать консультации.

Дисциплина «Алгебра и теория чисел» призвана сформировать у студентов целостное представление об основных понятиях курса «Алгебра и теория чисел», обеспечить усвоение методов решения задач и доказательства теорем. Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Они помогают студентам глубже усвоить учебный материал, приобрести навыки творческой работы с основной и дополнительной литературой и лекционным материалом. Практическое занятие представляет собой форму организации учебного процесса, в ходе которого студент должен приобрести новые учебные знания, их систематизировать и конкретизировать; оперировать базовыми понятиями и теоретическими конструкциями учебной дисциплины. Целью практических занятий является приобретение студентами новых знаний, умений и навыков, необходимых для профессиональной деятельности, развитие у них естественно-научного мышления и интеллектуальных.

Методические рекомендации для обучающихся (с ОВЗ)

Под специальными условиями для получения образования обучающимися с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития, включающие в себя использование специальных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования. Построение образовательного процесса ориентировано на учет индивидуальных возрастных, психофизических особенностей обучающихся, в частности предполагается возможность разработки индивидуальных учебных планов. Реализация индивидуальных учебных планов сопровождается поддержкой тьютора (родителя, взявшего на себя тьюторские функции в процессе обучения, волонтера). Обучающиеся с ОВЗ, как и все остальные студенты, могут обучаться по индивидуальному учебному плану в установленные сроки с учетом индивидуальных особенностей и специальных образовательных потребностей конкретного

обучающегося. При составлении индивидуального графика обучения для лиц с ОВЗ возможны различные варианты проведения занятий: проведение индивидуальных или групповых занятий с целью устранения сложностей в усвоении лекционного материала, подготовке к семинарским занятиям, выполнению заданий по самостоятельной работе. Для лиц с ОВЗ, по их просьбе, могут быть адаптированы как сами задания, так и формы их выполнения. Выполнение под руководством преподавателя индивидуального проектного задания, позволяющего сочетать теоретические знания и практические навыки; применение мультимедийных технологий в процессе ознакомительных лекций и семинарских занятий, что позволяет экономить время, затрачиваемое на изложение необходимого материала и увеличить его объем. Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации преподаватели, в соответствии с потребностями студента, отмеченными в анкете, и рекомендациями специалистов дефектологического профиля, разрабатывает фонды оценочных средств, адаптированные для лиц с ограниченными возможностями здоровья и позволяющие оценить достижение ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций, заявленных в образовательной программе. Форма проведения текущей аттестации для студентов с ОВЗ устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). Лицам с ОВЗ может быть предоставлено дополнительное время для подготовки к ответу на экзамене, выполнения задания для самостоятельной работы. При необходимости студент с ограниченными возможностями здоровья подает письменное заявление о создании для него специальных условий в Учебно-методическое управление Университета с приложением копий документов, подтверждающих статус инвалида или лица с ОВЗ.