

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Алтайский государственный педагогический университет»
(ФГБОУ ВО «АлтГПУ»)

УТВЕРЖДАЮ
проректор по учебной работе и
международной деятельности

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Код, направление подготовки
(специальности):
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Профиль (направленность):

Математика и Информатика

Форма контроля в семестре, в том
числе курсовая работа
экзамен б.

Квалификация:
бакалавр

Форма обучения:
очная

Общая трудоемкость (час / з.ед.):
108 / 3

Программу составила:

Малинина М.Л., ст. преподаватель кафедры математики и методики обучения математике

Программа подготовлена на основании учебного плана в составе ОПОП

Утвержденного Ученым советом ФГБОУ ВО «АлтГПУ» от «29» марта 2021 г., протокол № 7.

Программа принята:

на заседании кафедры математики и методики обучения математике

Протокол от «16» февраля 2021, № 6

Зав. кафедрой: Борисенко О.В., доцент кафедры математики и методики обучения математике, кандидат пед.наук, доцент

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель: Обеспечение предметно-методологической подготовки как составной части профессиональной подготовки учителя математики и информатики.

Задачи:

- формирование осознанных представлений о сущности и принципах построения логико-символического языка и его предметных интерпретаций; общий принцип построения дедуктивных теорий;
- уточнение понятия “логико-математическое доказательство”
- раскрытие сущности аксиоматического метода в математике
- выявление “логической составляющей” школьного курса математики

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Требования к предварительной подготовке обучающегося:

- курс алгебры;
- вводный курс математики.

2.2. Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

- числовые системы;
- методика обучения математике;
- педагогическая практика.

3. КОМПЕТЕНЦИИ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

ОПК - 2. Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)

ПК-2. Способен осваивать и применять базовые научно-теоретические знания по предметам в профессиональной деятельности

ПК-4. Способен использовать полученные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области общего образования

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМСЯ

Индикаторы достижения компетенции*	Результаты обучения по дисциплине**
ИОПК - 2.1. Готов участвовать в разработке программ учебных дисциплин, курсов, методических материалов, оценочных средств основных и дополнительных образовательных программ	Знает: - технологию разработки плана учебного занятия и подбора учебных задач на материалах математической логики - общие принципы построения формального математического языка и построения его интерпретаций; - приложения логики высказываний и предикатов; - современные результаты в области аксиоматического метода построения математики и приложений логики высказываний.
ИПК - 2.1. Владеет содержанием предметных областей в соответствии с образовательными программами	Умеет: - строить формальный логический вывод из аксиом;
ИПК - 2.2. Анализирует базовые научно-теоретические подходы к сущности, закономерностям, принципам и	- определять в конкретной интерпретации истинность высказываний сложной логической структуры;

особенностям изучаемых явлений и процессов в предметных областях	<ul style="list-style-type: none"> - проводить равносильные преобразования логических формул; - анализировать математическую речь, выделять ошибки школьников при работе с высказываниями и предикатами; - анализировать и синтезировать информацию. Владеет: - осознанными представлениями об аксиоматическом методе в математике и его разновидностях;
ИПК - 2.3. Использует систему базовых научно-теоретических знаний и практических умений в профессиональной деятельности ИПК - 4.3. Применяет методы научного (в том числе научно-педагогического) исследования в профессиональной деятельности	
	<ul style="list-style-type: none"> - методами проверки требований к аксиоматике дедуктивных теорий (непротиворечивость, независимость, полнота); - основными средствами дедуктивного доказательства - понятием модели формальной теории, приемами применения моделей для характеристики аксиоматических теорий; - способами проверки правильности логических рассуждений, формализации и анализа информации.

5. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДОВ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ ПО СЕМЕСТРАМ

Профиль (направленность)	Семестр	Всего часов	Количество часов по видам учебной работы				
			Лек.	Практ.	КСР	Сам. работа	Экзамен
Математика и Информатика	6	108	24	24	6	27	27
Итого		108	24	24	6	27	27

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Раздел / Тема	Содержание	Количество часов						
			Лекц.	Практ.	Лаб.	Сам. работа			
Семестр 6									
<i>1. Введение. Элементы алгебры высказываний</i>									
1.1	Введение. Элементы алгебры высказываний.	<p>Предмет математической логики. Логика как наука о средствах и способах правильных рассуждений. Исследование оснований математики. Аксиоматический метод. Логический вывод. Исследование проблем непротиворечивости, независимости, полноты аксиоматических теорий. Приложения математической логики. Роль математической логики в подготовке учителя математики.</p> <p>Высказывания, их истинностные значения. Числовые равенства и</p>	2	4	0	3			

		<p>неравенства. Законы противоречия и исключенного третьего. Конъюнкция и дизъюнкция высказываний. Двойные и «нестрогие» неравенства. Импликация и отрицание высказываний. Формулы алгебры высказываний. Таблицы истинности. Тождественно истинные, тождественно ложные, выполнимые формулы. Равносильность формул алгебры высказываний. Законы логики. Преобразования формул алгебры высказываний. Существование тождественных преобразований в математике. Конъюнктивная (КНФ) и дизъюнктивная (ДНФ) нормальные формы формул. Распознавание тождественной истинности и тождественной ложности (выполнимости) формул с помощью КНФ и ДНФ.</p>				
<i>2. Логика предикатов</i>						
2.1.	Предикаты и кванторы	<p>Предикаты различной местности, их множества истинности. Уравнения и неравенства. Логические операции над предикатами. Множества истинности конъюнкции, дизъюнкции, импликации, отрицания предикатов. Системы и совокупности уравнений и неравенств.</p> <p>Кванторы. Истинностные значения высказываний с кванторами. Доказательство и опровержение общих и частных утверждений. Изменение местности предиката при связывании переменных кванторами. Свободные и связанные переменные. Коллизия переменных.</p>	2	2	0	2
2.2.	Формальный язык 1 порядка; Формулы логики предикатов	<p>Основные принципы построения языка математических теорий. Однозначность математического языка. Логический и предметный формальные языки 1 порядка. Сигнатура специальных символов. Формулы данной сигнатуры. Индуктивные определения.</p> <p>Семантика специальных символов данной сигнатуры. Интерпретации. Истинностные значения формулы в различных интерпретациях.</p>	2	4	0	2

		<p>Универсальность формального логико-математического языка.</p> <p>Замкнутые и незамкнутые формулы (формулы со свободными переменными). Тожественная истинность и выполнимость в интерпретации незамкнутых формул. Тождества в математике. Обще-значимость и выполнимость формул. Замыкания незамкнутых формул.</p>				
2.3.	<p>Равносильность. Предваренная нормальная форма. Проблема разрешимости.</p>	<p>Равносильность незамкнутых формул. Связь множеств истинности равносильных формул. Равносильные уравнения и неравенства. Распространение законов алгебры высказываний на логику предикатов. Равносильность замкнутых формул. Основные равносильности логики предикатов. Приведение формулы к предваренной нормальной форме (ПНФ).</p> <p>Теоремы об обще значимости замкнутых формул, имеющих в ПНФ одноименные кванторы. Обзор проблемы разрешения в логики предикатов и ее методологических аспектов.</p>	2	4	0	2
3.	<i>Формальные аксиоматические теории</i>					
3.1	<p>Логическая структура математического доказательства. Дедуктивные средства доказательства. Формальный логический вывод</p>	<p>Логический анализ доказательства теорем школьного курса математики (на примерах).</p> <p>Дедуктивные средства доказательства. Логические и специальные аксиомы, их назначение, различие между ними. Запись аксиом в виде формул некоторого формального языка. Схемы логических аксиом.</p> <p>Правила вывода как основа правильных рассуждений. Основные и производные правила вывода. Неявное использование правил вывода в «обычных» логико-математических рассуждениях. Логически полные и «обычные» логико-математические доказательства.</p> <p>Формальный вывод как уточнение понятия логико-математического доказательства. Определение вывода и</p>	4	2	0	2

		выводимости формулы из совокупности исходных формул. Доказательство и доказуемость формулы. Выводимость из гипотез. Свойства выводимости формул.				
3.2.	Аксиоматический метод построения дедуктивных теорий.	Дедуктивный характер математики. Аксиоматический метод построения дедуктивных теорий. Содержательный и полужормальный виды аксиоматического метода, их проявление в различных разделах математики и в школьном курсе математики. Формальный аксиоматический метод.	2	0	0	2
3.3.	Элементарные теории	Общенаучный смысл понятия «теория». Дедуктивная теория как совокупность доказанных утверждений. Формальная теория как совокупность доказуемых формул. Элементарные теории некоторой сигнатуры. Логические и математические элементарные теории. Замкнутость элементарной теории относительно вывода. Доказуемая формула как теорема элементарной теории. Теоремы и мета-теоремы.	2	0	0	2
3.4.	Исчисление высказываний	Язык исчисления высказываний некоторой сигнатуры. Дедуктивные средства исчисления высказываний. Исчисление высказываний как элементарная теория. Теоремы исчисления высказываний. Теорема дедукции для исчисления высказываний, следствия из нее. Обратные предложения. Доказательство математического предложения как вывод заключения из условий. Эквивалентность формул исчисления высказываний. Формальный вывод некоторых законов алгебры высказываний.	2	2	0	2
3.5	Характер аксиоматики: непротиворечивость, независимость аксиом, полнота.	Требования к аксиоматике дедуктивных теорий: непротиворечивость, независимость, полнота в широком и узком смыслах; их методологическая сущность. Вопросы непротиворечивости, независимости, полноты в исчисления высказываний. Приписывание истинностных значений формулам исчисления	2	2	0	2

		<p>высказываний. Теорема об истинностных значениях формулы, выводимой из совокупности формул. Тожественная истинность доказуемых формул исчисления высказываний. Непротиворечивость аксиом исчисления высказываний (ИВ).</p> <p>Доказательство независимости некоторых схем аксиом ИВ.</p> <p>Полнота ИВ в широком смысле. Совпадение по объему понятий доказуемых и тождественно истинных формул исчисления высказываний. Совпадение по объему понятий эквивалентности формул исчисления высказываний и равносильности формул алгебры высказываний. Логика высказываний как единая логическая теория. Полнота аксиом ИВ в узком смысле. Анализ дедуктивных рассуждений средствами логики высказываний.</p>				
3.6	Расширения исчисления высказываний: исчисление предикатов, исчисление предикатов с равенством	<p>Задача расширения исчисления высказываний. Язык исчисления предикатов некоторой сигнатуры. Правила вывода: связывания кванторами, замена свободных переменных. Примеры построения выводов в исчислении предикатов. Правила обобщения, конкретизации, конкретного заключения, их содержательный смысл; правила вывода в логико-математических рассуждениях. Исчисление предикатов данной сигнатуры как элементарная теория. Характер аксиом исчисления предикатов: непротиворечивость, независимость, полнота в широком смысле и неполнота в узком смысле (обзор).</p> <p>Исчисление предикатов с равенством. Содержательный смысл аксиом равенства. Симметричность и транзитивность равенства как теоремы теории и как производные правила вывода.</p>	2	0	0	2
3.7	Математические элементарные теории и их модели.	Математические элементарные теории – элементарные теории со специальными аксиомами. Формальная теория групп – язык и специальные	2	0	0	2

		<p>аксиомы. Пример формальной теоремы теории групп.</p> <p>Модель элементарной теории. Применение моделей для доказательства непротиворечивости и независимости аксиом теории (на примере теории групп).</p> <p>Формальная арифметика натуральных чисел. Язык, дедуктивные средства. Схема аксиом индукции. Пример формальной теоремы. Обзор результатов К. Геделя о неполноте формальной арифметики натуральных чисел, их методологическое значение для оснований математики. Непротиворечивость формальной арифметики натуральных чисел (обзор).</p>				
3.8	Анализ дедуктивных рассуждений средствами логики высказываний	<p>Утверждение о связи понятий доказуемости в исчислении высказываний и тождественной истинности в алгебре высказываний.</p> <p>Утверждение о связи понятий эквивалентности в исчислении высказываний и равносильности в алгебре высказываний.</p> <p>Описание способа проверки логической правильности дедуктивных рассуждений в общем виде и на примере.</p>	0	2	0	2
3.9	Другие приложения логики высказываний	Контактно-релейные схемы. Решение логических задач методом конкретизации, табличным способом, с помощью графов, теории множеств и диаграмм Эйлера-Венна.	0	2	0	2
	Экзамен					27
	Итого		24	24	0	60

7. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ РАБОТ:

Курсовая работа не предусмотрена.

8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ: Приложение 1.

9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:

9.1. Рекомендуемая литература: Приложение 2.

9.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Федеральный портал «Российское образование» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.edu.ru> .

9.3. Перечень программного обеспечения:

1. Пакет Microsoft Office.
2. Пакет LibreOffice.
3. Пакет OpenOffice.org.
4. Операционная система семейства Windows.
5. Операционная система Linux.
6. Интернет браузер.
7. Программа для просмотра электронных документов формата pdf, djvu.
8. Медиа проигрыватель.
9. Программа 7zip
10. Пакет Kaspersky Endpoint Security 10 for Windows
11. Редактор изображений Gimp.

9.4. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Приложение 3

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:

1. Оборудованные учебные аудитории, в том числе с использованием видеопроектора и подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.
2. Аудитории для самостоятельной работы с подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.
3. Компьютерный класс с подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ:

При освоении дисциплины предполагается вовлечение студента в следующие виды учебной деятельности:

1. На аудиторных занятиях:
 - прослушивание лекций;
 - диалоговое взаимодействие по тематике дисциплины.
2. При осуществлении самостоятельной работе:
 - подготовка к практическим занятиям по предлагаемой тематике;
 - выполнение контрольной работы,
 - подготовка к тестовому срезу знаний.
3. При проведении консультаций:
 - подготовка отчетов о самостоятельной работе;
 - диалоговое взаимодействие с преподавателем по тематике дисциплины.
4. Текущий контроль:
 - презентация готовности по темам практических занятий;
 - участие в контрольном срезе на основе выполнения контрольной работы и выполнения тестовых заданий.

Готовясь к лекционным и практическим занятиям по предмету, контрольным работам нужно ориентироваться на вопросы, приведенные в конце каждой главы

Решая упражнения необходимо изучать образцы решенных задач, представленные в лекциях и учебном пособии. Также важно своевременное выполнение индивидуальных заданий, домашних самостоятельных работ. Индивидуальные задания выполняются в отдельной тетради. После проверки преподавателем необходимо исправить ошибки. Результаты исправления обсуждаются с преподавателем во время консультации. Для успешного

прохождения курса нужно изучить лекции, выставленные в расширенном курсе математической логики в системе «Moodle», выполнить тесты в той же системе.

Методические рекомендации для студентов, осваивающих дисциплину по индивидуальному учебному плану:

Студенты, переведенные на индивидуальный учебный план, до начала занятий по дисциплине должны обратиться к преподавателю и получить пакет заданий по дисциплине для самостоятельного овладения материалом, а также определить с преподавателем точки рубежного контроля и способы дистанционного взаимодействия.

Методические рекомендации для обучающихся (с ОВЗ)

Под специальными условиями для получения образования обучающимися с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития, включающие в себя использование специальных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования. Построение образовательного процесса ориентировано на учет индивидуальных возрастных, психофизических особенностей обучающихся, в частности предполагается возможность разработки индивидуальных учебных планов. Реализация индивидуальных учебных планов сопровождается поддержкой тьютора (родителя, взявшего на себя тьюторские функции в процессе обучения, волонтера). Обучающиеся с ОВЗ, как и все остальные студенты, могут обучаться по индивидуальному учебному плану в установленные сроки с учетом индивидуальных особенностей и специальных образовательных потребностей конкретного обучающегося. При составлении индивидуального графика обучения для лиц с ОВЗ возможны различные варианты проведения занятий: проведение индивидуальных или групповых занятий с целью устранения сложностей в усвоении лекционного материала, подготовке к семинарским занятиям, выполнению заданий по самостоятельной работе. Для лиц с ОВЗ, по их просьбе, могут быть адаптированы как сами задания, так и формы их выполнения. Выполнение под руководством преподавателя индивидуального проектного задания, позволяющего сочетать теоретические знания и практические навыки; применение мультимедийных технологий в процессе ознакомительных лекций и семинарских занятий, что позволяет экономить время, затрачиваемое на изложение необходимого материала и увеличить его объем.

Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации преподаватели, в соответствии с потребностями студента, отмеченными в анкете, и рекомендациями специалистов дефектологического профиля, разрабатывает фонды оценочных средств, адаптированные для лиц с ограниченными возможностями здоровья и позволяющие оценить достижение ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций, заявленных в образовательной программе. Форма проведения текущей аттестации для студентов с ОВЗ устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). Лицам с ОВЗ может быть предоставлено дополнительное время для подготовки к ответу на экзамене, выполнения задания для самостоятельной работы.

При необходимости студент с ограниченными возможностями здоровья подает письменное заявление о создании для него специальных условий в Учебно-методическое управление Университета с приложением копий документов, подтверждающих статус инвалида или лица с ОВЗ.

Список литературы

Код: 44.03.05

Образовательная программа: Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки): Математика и Информатика

Учебный план: МиИ44.03.05-2021.plx

Дисциплина: Математическая логика

Кафедра: Математики и методики обучения математике

Тип	Книга	Количество
Основная	Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / сост.: А. Н. Макоха, А. В. Шапошников, В. В. Бережной / сост.: А. Н. Макоха, А. В. Шапошников, В. В. Бережной; Северо-Кавказский федеральный университет. — Ставрополь: СКФУ, 2017. — 418 с. — URL: http://www.iprbookshop.ru/69397.html .	9999
Основная	Пайсон Б. Д. Математическая логика: учебное пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов / Б. Д. Пайсон ; Барнаульский государственный педагогический университет. — Барнаул, 2006. — 167 с.	43
Дополнительная	Балюкевич Э. Л. Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Э. Л. Балюкевич, Л. Ф. Ковалева. — Москва: Евразийский открытый институт, 2009. — 188 с. — URL: http://www.iprbookshop.ru/10772 .	9999
Дополнительная	Ершов Ю. Л. Математическая логика: учебное пособие для студентов математических специальностей вузов / Ю. Л. Ершов, Е. А. Палютин. — СПб.: Лань, 2005. — 336 с.	20
Дополнительная	Игошин В. И. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие для студентов [технических, педагогических] вузов / В. И. Игошин. — М.: Академия, 2008. — 447 с.: ил.	20
Дополнительная	Кислицин А. В. Приложения алгебры высказываний в математической логике [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / А. В. Кислицин, М. Л. Малинина ; Алтайский государственный педагогический университет. — Барнаул: АлтГПУ, 2018. — 67 с.: ил. — URL: http://library.altspu.ru/dc/pdf/kislicin1.pdf .	9999
Дополнительная	Кислицин А. В. Приложения алгебры высказываний в математической логике: учебно-методическое пособие / А. В. Кислицин, М. Л. Малинина ; Алтайский государственный педагогический университет. — Барнаул: АлтГПУ, 2018. — 67 с.: ил. — URL: http://obs.uni-altai.ru/covers/796171.jpg . — URL: http://obs.uni-altai.ru/contents/796171.pdf .	20
Дополнительная	Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел: учебное пособие для студентов педагогических институтов / Л. Я. Куликов. — Москва: Высшая школа, 1979. — 559 с.	163
Дополнительная	Лавров И. Н. Задачи по теории множеств, математической логике, теории алгоритмов: [учебное пособие для математических факультетов университетов, педагогических институтов, технических вузов] / И. Н. Лавров, Л. Л. Максимова. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 255 с.	25
Дополнительная	Лихтарников Л. М. Математическая логика: курс лекций: задачник-практикум и решения: учебное пособие [для студентов университетов и педагогических вузов] / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. — СПб.: Лань, 2008. — 276 с.	25

Согласовано:

Преподаватель _____ (подпись, И.О. Фамилия)

Заведующий кафедрой _____ (подпись, И.О. Фамилия)

Отдел книгообеспеченности НПБ АлтГПУ _____ (подпись, И.О. Фамилия)