

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Алтайский государственный педагогический университет»  
(ФГБОУ ВО «АлтГПУ»)

**ПРЕДМЕТНО-СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ МОДУЛЬ(МАТЕМАТИКА)  
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Код, направление подготовки  
(специальности):  
44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилями подготовки)

Профиль (направленность):

Математика и Информатика

Форма контроля в семестре, в том  
числе курсовая работа  
экзамен 3 курс

Квалификация:  
бакалавр

Форма обучения:  
заочная

Общая трудоемкость (час / з.ед.):  
108 / 3

Программу составили:  
Малинина М.Л., ст.преподаватель,  
доцент Кислицин А.В.



Программа подготовлена на основании учебного плана в составе ОПОП  
44.03.05 Педагогическое образование: Математика и Информатика

Утвержденного Ученым советом ФГБОУ ВО «АлтГПУ» от «27» мая 2019 г., протокол  
№ 8.

Программа утверждена:  
на заседании кафедры алгебры и методики обучения математике  
Протокол от «26» февраля 2019 г. № 6

Срок действия программы: 2019 – 2025 гг.  
Зав. кафедрой: Исаев И.М., доцент, канд. физ.-мат. наук, доцент



## 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель: Обеспечение предметно-методологической подготовки как составной части профессиональной подготовки учителя математики и информатики.

Задачи:

- формирование осознанных представлений о сущности и принципах построения логико-символического языка и его предметных интерпретаций; об общих принципах построения дедуктивных теорий;
- уточнение понятия “логико-математическое доказательство”
- раскрытие сущности аксиоматического метода в математике
- выявление “логической составляющей” школьного курса математики

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

### 2.1. Требования к предварительной подготовке обучающегося:

- вводный курс математики;
- алгебра.

### 2.2. Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

- числовые системы;
- методика обучения математике;
- педагогическая практика.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

ОПК - 2. Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)

ё ПК-2. Способен осваивать и применять базовые научно-теоретические знания по предметам в профессиональной деятельности

ПК-4. Способен использовать полученные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области общего образования

## 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМСЯ

Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ИОПК - 2.1. Готов участвовать в разработке программ учебных дисциплин, курсов, методических материалов, оценочных средств основных и дополнительных образовательных программ	Знает: - технологию разработки плана учебного занятия и подбора учебных задач на материалах математической логики; -- общие принципы построения формального математического языка и построения его интерпретаций; - приложения логики высказываний и предикатов; - современные результаты в области аксиоматического метода построения математики и приложений логики высказываний.
ИПК - 2.1. Владеет содержанием предметных областей в соответствии с образовательными программами	Умеет: - строить формальный логический вывод из аксиом;
ИПК - 2.2. Анализирует базовые научно-теоретические подходы к сущности, закономерностям, принципам и особенностям изучаемых явлений и процессов в предметных обла-	- определять в конкретной интерпретации истинность высказываний сложной логической структуры; - проводить равносильные преобразования логических формул; - анализировать математическую речь, выделять ошибки школьников при работе с высказываниями и предик-

стях	катами;
ИПК - 2.3. Использует систему базовых научно-теоретических знаний и практических умений в профессиональной деятельности	- анализировать и синтезировать информацию. Владеет: - осознанными представлениями об аксиоматическом методе в математике и его разновидностях; - методами проверки требований к аксиоматике дедуктивных теорий (непротиворечивость, независимость, полнота);
ИПК - 4.3. Применяет методы научного (в том числе профессиональной деятельности научно-педагогического) исследования в профессиональной деятельности	- основными средствами дедуктивного доказательства; - понятием модели формальной теории, приемами применения моделей для характеристики аксиоматических теорий; - способами проверки правильности логических рассуждений, формализации и анализа информации.

### 5. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДОВ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ ПО СЕМЕСТРАМ

Профиль (направленность)	Курс	Всего часов	Количество часов по видам учебной работы					
			Лек.	Практ.	Лаб.	КСР	Сам. работа	Экзамен
Математика и Информатика	3	108	4	2	0	6	87	9
Итого		108	4	2	0	6	87	9

### 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Раздел / Тема	Содержание	Количество часов			
			Лекц.	Практ.	Лаб.	Сам. работа
<b>Курс 3</b>						
<i>1. Введение. Элементы алгебры высказываний</i>						
1.1	Введение. Элементы алгебры высказываний.	Предмет математической логики. Логика как наука о средствах и способах правильных рассуждений. Исследование оснований математики. Аксиоматический метод. Логический вывод. Исследование проблем непротиворечивости, независимости, полноты аксиоматических теорий. Приложения математической логики. Роль математической логики в подготовке учителя математики. Высказывания, их истинностные значения. Числовые равенства и неравенства. Законы противоречия и исключенного третьего.	2	0	0	10

		<p>Конъюнкция и дизъюнкция высказываний. Двойные и «нестрогие» неравенства. Импликация и отрицание высказываний. Формулы алгебры высказываний. Таблицы истинности. Тождественно истинные, тождественно ложные, выполнимые формулы. Равносильность формул алгебры высказываний. Законы логики. Преобразования формул алгебры высказываний. Сущность тождественных преобразований в математике. Конъюнктивная (КНФ) и дизъюнктивная (ДНФ) нормальные формы формул. Распознавание тождественной истинности и тождественной ложности (выполнимости) формул с помощью КНФ и ДНФ.</p>				
<i>2. Логика предикатов</i>						
2.1.	Предикаты и кванторы	<p>Предикаты различной местности, их множества истинности. Уравнения и неравенства. Логические операции над предикатами. Множества истинности конъюнкции, дизъюнкции, импликации, отрицания предикатов. Системы и совокупности уравнений и неравенств.</p> <p>Кванторы. Истинностные значения высказываний с кванторами. Доказательство и опровержение общих и частных утверждений. Изменение местности предиката при связывании переменных кванторами. Свободные и связанные переменные. Коллизия переменных.</p>	2	0	0	10
2.2.	Формальный язык 1 порядка; Формулы логики предикатов	<p>Основные принципы построения языка математических теорий. Однозначность математического языка. Логический и предметный формальные языки 1 порядка. Сигнатура специальных символов. Формулы данной сигнатуры. Индуктивные определения.</p> <p>Семантика специальных символов данной сигнатуры. Интерпретации. Истинностные значе-</p>	0	0	0	10

		<p>ния формулы в различных интерпретациях. Универсальность формального логико-математического языка.</p> <p>Замкнутые и незамкнутые формулы (формулы со свободными переменными). Тожественная истинность и выполнимость в интерпретации незамкнутых формул. Тожества в математике. Общезначимость и выполнимость формул. Замыкания незамкнутых формул.</p>				
2.3.	<p>Равносильность. Предваренная нормальная форма. Проблема разрешимости.</p>	<p>Равносильность незамкнутых формул. Связь множеств истинности равносильных формул. Равносильные уравнения и неравенства. Распространение законов алгебры высказываний на логику предикатов. Равносильность замкнутых формул. Основные равносильности логики предикатов. Приведение формулы к предваренной нормальной форме (ПНФ).</p> <p>Теоремы об общезначимости замкнутых формул, имеющих в ПНФ одноименные кванторы. Обзор проблемы разрешения в логики предикатов и ее методологических аспектов.</p>	0	0	0	10
3.	<i>Формальные аксиоматические теории</i>					
3.1	<p>Логическая структура математического доказательства. Дедуктивные средства доказательства. Формальный логический вывод</p>	<p>Логический анализ доказательства теорем школьного курса математики (на примерах).</p> <p>Дедуктивные средства доказательства. Логические и специальные аксиомы, их назначение, различие между ними. Запись аксиом в виде формул некоторого формального языка. Схемы логических аксиом.</p> <p>Правила вывода как основа правильных рассуждений. Основные и производные правила вывода. Неявное использование правил вывода в «обычных» логико-математических рассуждениях. Логически полные и «обычные»</p>	0	0	0	10

		<p>логико-математические доказательства.</p> <p>Формальный вывод как уточнение понятия логико-математического доказательства. Определение вывода и выводимости формулы из совокупности исходных формул. Доказательство и доказуемость формулы. Выводимость из гипотез. Свойства выводимости формул.</p>				
3.2.	Аксиоматический метод построения дедуктивных теорий.	<p>Дедуктивный характер математики. Аксиоматический метод построения дедуктивных теорий. Содержательный и полужформальный виды аксиоматического метода, их проявление в различных разделах математики и в школьном курсе математики. Формальный аксиоматический метод.</p>	0	0	0	10
3.3.	Элементарные теории	<p>Общенаучный смысл понятия «теория». Дедуктивная теория как совокупность доказанных утверждений. Формальная теория как совокупность доказуемых формул. Элементарные теории некоторой сигнатуры. Логические и математические элементарные теории. Замкнутость элементарной теории относительно вывода. Доказуемая формула как теорема элементарной теории. Теоремы и метатеоремы.</p>	0	0	0	6
3.4.	Исчисление высказываний	<p>Язык исчисления высказываний некоторой сигнатуры. Дедуктивные средства исчисления высказываний. Исчисление высказываний как элементарная теория. Теоремы исчисления высказываний.</p> <p>Теорема дедукции для исчисления высказываний, следствия из нее. Обратные предложения. Доказательство математического предложения как вывод заключения из условий.</p> <p>Эквивалентность формул исчисления высказываний. Формальный вывод некоторых законов алгебры высказываний.</p>	0	0	0	4
3.5	Характеризация аксиоматики: непроти-	Требования к аксиоматике дедуктивных теорий: непротиворечи-	0	0	0	6

	<p>воречивость, независимость аксиом, полнота.</p>	<p>вость, независимость, полнота в широком и узком смыслах; их методологическая сущность. Вопросы непротиворечивости, независимости, полноты в исчислениях высказываний.</p> <p>Приписывание истинностных значений формулам исчисления высказываний. Теорема об истинностных значениях формулы, выводимой из совокупности формул. Тожественная истинность доказуемых формул исчисления высказываний. Непротиворечивость аксиом исчисления высказываний (ИВ).</p> <p>Доказательство независимости некоторых схем аксиом ИВ.</p> <p>Полнота ИВ в широком смысле. Совпадение по объему понятий доказуемых и тождественно истинных формул исчисления высказываний. Совпадение по объему понятий эквивалентности формул исчисления высказываний и равносильности формул алгебры высказываний. Логика высказываний как единая логическая теория. Полнота аксиом ИВ в узком смысле. Анализ дедуктивных рассуждений средствами логики высказываний.</p>				
3.6	<p>Расширения исчисления высказываний: исчисление предикатов, исчисление предикатов с равенством</p>	<p>Задача расширения исчисления высказываний. Язык исчисления предикатов некоторой сигнатуры. Правила вывода: связывания кванторами, замена свободных переменных. Примеры построения выводов в исчислении предикатов. Правила обобщения, конкретизации, конкретного заключения, их содержательный смысл; правила вывода в логико-математических рассуждениях. Исчисление предикатов данной сигнатуры как элементарная теория. Характеризация аксиом исчисления предикатов: непротиворечивость, независимость, полнота в широком смысле и неполнота в узком смысле (обзор).</p> <p>Исчисление предикатов с ра-</p>	0	0	0	4

		венством. Содержательный смысл аксиом равенства. Симметричность и транзитивность равенства как теоремы теории и как производные правила вывода.				
3.7	Математические элементарные теории и их модели.	Математические элементарные теории – элементарные теории со специальными аксиомами. Формальная теория групп – язык и специальные аксиомы. Пример формальной теоремы теории групп. Модель элементарной теории. Применение моделей для доказательства непротиворечивости и независимости аксиом теории (на примере теории групп). Формальная арифметика натуральных чисел. Язык, дедуктивные средства. Схема аксиом индукции. Пример формальной теоремы. Обзор результатов К. Геделя о неполноте формальной арифметики натуральных чисел, их методологическое значение для оснований математики. Непротиворечивость формальной арифметики натуральных чисел (обзор).	0	0	0	3
3.8	Анализ дедуктивных рассуждений средствами логики высказываний	Утверждение о связи понятий доказуемости в исчислении высказываний и тождественной истинности в алгебре высказываний. Утверждение о связи понятий эквивалентности в исчислении высказываний и равносильности в алгебре высказываний. Описание способа проверки логической правильности дедуктивных рассуждений в общем виде и на примере.	0	0	0	4
3.9	Другие приложения логики высказываний	Контактно-релейные схемы. Решение логических задач методом конкретизации, табличным способом, с помощью графов, теории множеств и диаграмм Эйлера-Венна.	0	0	0	6
	Экзамен					9
	<b>Итого</b>		<b>2</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>102</b>

**7. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ РАБОТ:**

Курсовая работа не предусмотрена.

**8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ:** Приложение 1.

**9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:**

**9.1. Рекомендуемая литература:** Приложение 2.

**9.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:** Федеральный портал «Российское образование» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.edu.ru>.

**9.3. Перечень программного обеспечения:**

1. Пакет Microsoft Office.
2. Пакет LibreOffice.
3. Пакет OpenOffice.org.
4. Операционная система семейства Windows.
5. Операционная система Linux.
6. Интернет браузер.
7. Программа для просмотра электронных документов формата pdf, djvu.
8. Медиа проигрыватель.
9. Программа 7zip
10. Пакет Kaspersky Endpoint Security 10 for Windows
11. Редактор изображений Gimp.

**9.4. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем:** Приложение 3

**10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:**

1. Оборудованные учебные аудитории, в том числе с использованием видеопроектора и подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.

2. Аудитории для самостоятельной работы с подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.

3. Компьютерный класс с подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.

**11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ:**

При освоении дисциплины предполагается вовлечение студента в следующие виды учебной деятельности:

1. На аудиторных занятиях:
  - прослушивание лекций;
  - диалоговое взаимодействие по тематике дисциплины.
2. При осуществлении самостоятельной работе:
  - подготовка к практическим занятиям по предлагаемой тематике;
  - выполнение контрольной работы,
  - подготовка к тестовому срезу знаний.
3. При проведении консультаций:
  - подготовка отчетов о самостоятельной работе;
  - диалоговое взаимодействие с преподавателем по тематике дисциплины.
4. Текущий контроль:
  - презентация готовности по темам практических занятий;

- участие в контрольном срезе на основе выполнения контрольной работы и выполнения тестовых заданий.

Готовясь к лекционным и практическим занятиям по предмету, контрольным работам нужно ориентироваться на вопросы, приведенные в конце каждой главы. Решая упражнения необходимо изучать образцы решенных задач, представленные в лекциях и учебном пособии. Также важно своевременное выполнение индивидуальных заданий, домашних самостоятельных работ. Индивидуальные задания выполняются в отдельной тетради. После проверки преподавателем необходимо исправить ошибки. Результаты исправления обсуждаются с преподавателем во время консультации. Для успешного прохождения курса нужно изучить лекции, выставленные в расширенном курсе математической логики в системе «Moodle», выполнить тесты в той же системе.

*Методические рекомендации для студентов, осваивающих дисциплину по индивидуальному учебному плану*

Студенты, переведенные на индивидуальный учебный план, до начала занятий по дисциплине должны обратиться к преподавателю и получить пакет заданий по дисциплине для самостоятельного овладения материалом, а также определить с преподавателем точки рубежного контроля и способы дистанционного взаимодействия.

*Методические рекомендации обучающимся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)*

Специальные условия обучения в ФГБОУ ВО «АлтГПУ» определены «Положением об инклюзивном образовании» (утверждено приказом ректора от 25.12.2015 г. № 312/1п). Данным положением предусмотрено заполнение студентом при зачислении в ФГБОУ ВО «АлтГПУ» анкеты «Определение потребностей обучающихся в создании специальных условий обучения», в которой указываются потребности лица в организации доступной социально-образовательной среды и помощи в освоении образовательной программы.

Для лиц с ОВЗ, по их просьбе, могут быть адаптированы как сами задания, так и формы их выполнения по дисциплине. Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине в соответствии с потребностями студента, отмеченными в анкете, могут быть обеспечены специальные условия. При необходимости лицам с ОВЗ может быть предоставлено дополнительное время для подготовки к ответу на экзамене, выполнения заданий по самостоятельной работе.

Студент с ограниченными возможностями здоровья обязан:

- выполнять требования программы дисциплины;
- сообщить преподавателю о наличии у него ограниченных возможностей здоровья и необходимости создания для него специальных условий;
- соблюдать установленный в ФГБОУ ВО «АлтГПУ» порядок предоставления услуг по созданию специальных условий для обучающихся с ОВЗ.

Список литературы

Код: 44.03.05

Направление: Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки): Математика и Информатика

Программа: zМиИ44.03.05-2019.plx

Дисциплина: Математическая логика

Кафедра: Алгебры и методики обучения математике

Тип	Книга	Количество
Основная	Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / сост.: А. Н. Макоха, А. В. Шапошников, В. В. Бережной. - Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2017. - 418 с.	9999
Основная	Пайсон Б. Д. Математическая логика: учебное пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов / Б. Д. Пайсон ; Барнаульский государственный педагогический университет. - Барнаул, 2006. - 167 с.	43
Дополнительная	Балюкевич Э. Л. Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Э. Л. Балюкевич, Л. Ф. Ковалева. - Москва: Евразийский открытый институт, 2009. - 188 с.	9999
Дополнительная	Ершов Ю. Л. Математическая логика: учебное пособие для студентов математических специальностей вузов / Ю. Л. Ершов, Е. А. Палютин. - СПб.: Лань, 2005. - 336 с.	20
Дополнительная	Игошин В. И. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие для студентов [технических, педагогических] вузов / В. И. Игошин. - М.: Академия, 2008. - 447 с.: ил.	21
Дополнительная	Кислицин А. В. Приложения алгебры высказываний в математической логике [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / А. В. Кислицин, М. Л. Малинина ; Алтайский государственный педагогический университет. - Барнаул: АлтГПУ, 2018. - 67 с.: ил.	9999
Дополнительная	Кислицин А. В. Приложения алгебры высказываний в математической логике: учебно-методическое пособие / А. В. Кислицин, М. Л. Малинина ; Алтайский государственный педагогический университет. - Барнаул: АлтГПУ, 2018. - 67 с.: ил.	20
Дополнительная	Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел: учебное пособие для студентов педагогических институтов / Л. Я. Куликов. - Москва: Высшая школа, 1979. - 559 с.	204
Дополнительная	Лавров И. Н. Задачи по теории множеств, математической логике, теории алгоритмов: [учебное пособие для математических факультетов университетов, педагогических институтов, технических вузов] / И. Н. Лавров, Л. Л. Максимова. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 255 с.	25
Дополнительная	Лихтарников Л. М. Математическая логика: курс лекций: задачник-практикум и решения: учебное пособие [для студентов университетов и педагогических вузов] / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. - СПб.: Лань, 2008. - 276 с.	25

Согласовано:

Преподаватель \_\_\_\_\_ (подпись, И.О. Фамилия)

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ (подпись, И.О. Фамилия)

Отдел книгообеспеченности НПБ АлтГПУ \_\_\_\_\_ (подпись, И.О. Фамилия)