

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Алтайский государственный педагогический университет»
(ФГБОУ ВО «АлтГПУ»)

УТВЕРЖДАЮ
проректор по образовательной и
международной деятельности

_____ С.П. Волохов

**ПРЕДМЕТНО- МЕТОДИЧЕСКИЙ МОДУЛЬ ПО
ПРОФИЛЮ "МАТЕМАТИКА"**

Теория чисел

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	Кафедра математики и методики обучения математике	
Учебный план	МиИ44.03.05-2022.plx 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)	
Квалификация	бакалавр	
Форма обучения	очная	
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ	
Часов по учебному плану	108	Виды контроля в семестрах: зачеты 4
в том числе:		
аудиторные занятия	48	
самостоятельная работа	58	

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., Доцент, Исаев Исмаил Мусаевич; к.ф.-м.н., Доцент, Кислицин Алексей Владимирович; к.п.н., Доцент, Тыщенко Оксана Анатольевна _____

Рабочая программа дисциплины

Теория чисел

разработана на основании ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

составлена на основании учебного плана 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Уровень: бакалавриат; квалификация: бакалавр), утвержденного Учёным советом ФГБОУ ВО «АлтГПУ» от 25.04.2022, протокол № 9.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Кафедра математики и методики обучения математике

Протокол № 8 от 19.04.2022 20:00:00 г.

Срок действия программы: 2022-2027 уч.г.

Зав. кафедрой Борисенко Оксана Викторовна

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	4 (2.2)		Итого	
	Неделя			
Неделя	17			
Вид занятий	уп	рп	уп	рп
Лекции	24	24	24	24
Практические	24	24	24	24
Контроль самостоятельной работы	2	2	2	2
Итого ауд.	48	48	48	48
Контактная работа	50	50	50	50
Сам. работа	58	58	58	58
Итого	108	108	108	108

1.1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.1.1	познакомить студентов с кругом задач классической и современной теорией чисел
1.2. ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.2.1	прояснить роль понятий теории чисел во взаимосвязи с другими математическими дисциплинами;
1.2.2	сформировать у студентов элементы математической культуры, которые смогут обеспечить ясное понимание смысла и значения разделов математики, изучаемых в школе.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Цикл (раздел) ОП:	К.М.07
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Алгебра
2.1.2	Вводный курс математики
2.2	Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Элементарная математика
2.2.2	Дискретная математика
2.2.3	Информационная безопасность и защита информации
2.2.4	Методика решения олимпиадных задач по математике

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
УК-1.2: Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	
ПК-1.1: Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).	
ПК-1.2: Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	
ПК-3.1: Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	определение и свойства цепных дробей;
3.1.2	определение и свойства сравнений целых чисел по модулю;
3.1.3	теоремы Эйлера и Ферма;
3.1.4	способы решения сравнений;
3.1.5	квадратичный закон взаимности;
3.1.6	определение и свойства показателя числа по заданному модулю;
3.1.7	арифметические приложения теории сравнений;
3.1.8	теореме Паскаля.
3.2	Уметь:
3.2.1	представлять рациональные и иррациональные числа в виде цепной дроби;
3.2.2	решать сравнения первой степени;
3.2.3	применять теоремы Эйлера и Ферма;
3.2.4	применять квадратичный закон взаимности;
3.2.5	находить показатель числа по простому модулю;
3.2.6	находить признаки делимости целых чисел.
3.3	Владеть:
3.3.1	вычисления подходящих дробей;
3.3.2	применения цепных дробей для решения сравнений;
3.3.3	вычисления символа Лежандра;
3.3.4	использования свойств индексов;
3.3.5	составления таблицы индексов по простому модулю;
3.3.6	нахождения длины периода и предпериода десятичной дроби.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)					
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература
	Раздел 1. Элементы теории чисел				
1.1	Отношение делимости в кольце целых чисел /Лек/	4	2	ПК-1.1 ПК-1.2	Л1.1Л2.2 Э1
1.2	Деление с остатком. Лемма о делении с остатком /Лек/	4	2	ПК-1.1	Л1.1 Л1.2 Э2
1.3	Простые и составные числа. Лемма об интервалах /Пр/	4	2	ПК-1.1 ПК-1.2	Л1.1 Л1.2 Э2
1.4	Решето Эратосфена. Бесконечность множества простых чисел /Лек/	4	2	ПК-1.1	Л1.1Л2.2 Э1
1.5	Основная теорема арифметики /Лек/	4	2	ПК-1.2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э2
1.6	Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное /Пр/	4	4	ПК-1.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Э1 Э2
1.7	Алгоритм Евклида /Пр/	4	4	ПК-1.1 ПК-1.2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э2
1.8	Числовые функции /Лек/	4	2	ПК-1.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Э2
1.9	Конечные цепные дроби /Лек/	4	4	ПК-1.1 ПК-1.2	Л1.1Л2.2 Э1
1.10	Конечные цепные дроби /Пр/	4	2	ПК-1.1	Л1.2Л2.1 Э1
1.11	Бесконечные цепные дроби /Ср/	4	10	ПК-1.1 ПК-1.2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
1.12	Подходящие дроби и их свойства. Наилучшие приближения /Пр/	4	2	ПК-1.2	Л1.2Л2.2 Э1
	Раздел 2. Элементы теории сравнений				
2.1	Отношение сравнимости целых чисел по модулю /Лек/	4	4	ПК-1.2	Л1.1Л2.1 Э2
2.2	Кольцо классов вычетов /Пр/	4	2	ПК-1.1 ПК-1.2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
2.3	Полная и приведенная системы вычетов /Пр/	4	2	ПК-1.1	Л1.2Л2.2 Э2
2.4	Теорема Ферма-Эйлера /Лек/	4	2	ПК-1.2	Л1.1 Л1.2 Э1
2.5	Теорема Ферма-Эйлера /Пр/	4	2	ПК-1.2	Л1.1Л2.2 Э2
2.6	Решение сравнений первой степени /Пр/	4	2	ПК-1.1 ПК-1.2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э2
2.7	Решение линейных диофантовых уравнений от двух переменных /Ср/	4	8		Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
2.8	Теорема Паскаля. Признаки делимости /Ср/	4	10	ПК-1.1 ПК-1.2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
2.9	Порядок числа по модулю /Ср/	4	10	ПК-1.1 ПК-1.2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
2.10	Первообразные корни и индексы /Пр/	4	2	ПК-1.1	Л1.1 Э1
2.11	Решение двучленных сравнений /Ср/	4	10	ПК-1.1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
2.12	Систематические дроби /Лек/	4	4	ПК-1.2	Л1.1Л2.2 Э1
2.13	Длина периода и предпериода систематической дроби /Ср/	4	10	ПК-1.1 ПК-1.2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
2.14	Обращение обыкновенных дробей в десятичные и обратно /Лек/	4	0	ПК-1.1	Л1.1Л2.2 Э2

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Перечень индикаторов достижения компетенций, форм контроля и оценочных средств

ПК - 1.1. Обеспечивает формирование личностных, предметных и метапредметных результатов обучения в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов.

ПК - 1.2. Применяет современные формы, методы, средства обучения и образовательные технологии в обучении предметам.

ПК - 1.3. Осуществляет отбор содержания учебных предметов в соответствии с дидактическими целями и возрастными и индивидуальными особенностями обучающихся.

5.2. Технологическая карта достижения индикаторов

Перечень индикаторов компетенций: ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3

Виды учебной работы: лекционные занятия

Формы контроля и оценочные средства:
индивидуальные задания (25 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3

Виды учебной работы: практические занятия

Формы контроля и оценочные средства:
устный опрос (25 баллов)

Перечень индикаторов компетенций: ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3

Виды учебной работы: экзамен

Формы контроля и оценочные средства:
вопросы к экзамену (50 баллов)

5.3. Формы контроля и оценочные средства

Примеры вопросов для устного опроса:

1. Сформулируйте определение делимости одного целого числа на другое.
2. Какими свойствами обладает отношение делимости в кольце целых чисел?
3. Что означает поделить одно целое число на другое с остатком?
4. Сформулируйте теорему о делении с остатком.
5. Какие целые числа называются простыми?
6. Какие целые числа называются составными?
7. Что называют наибольшим общим делителем двух чисел?
8. Что называют наименьшим общим кратным двух чисел?
9. Опишите действие алгоритма Евклида.
10. Какие числа называются сравнимыми по модулю? Приведите примеры.
11. Перечислите основные свойства сравнений.
12. Какие числовые функции вы знаете?
12. Что называется функцией Эйлера?
13. Как определяется кольцо классов вычетов?
14. Сформулируйте теоремы Эйлера и Ферма.
15. Опишите алгоритм решения сравнений 1-ой степени с одним неизвестным.
16. Сформулируйте определение конечной цепной дроби.
17. Какие числа представляются в виде бесконечной цепной дроби?
18. Как вычислить порядок данного числа по простому модулю?
19. Что называется индексом числа?
20. Как представить бесконечную десятичную дробь в виде обыкновенной?

Примеры заданий из индивидуальных работ:

1. К числу 15 справа и слева припишите по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.
2. Найти количество натуральных чисел, которые не превосходят 120 и взаимно просты с 30.
3. Найдите две последние цифры числа 7 в степени 1980.
4. Докажите, что $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(5a + 3b, 13a + 8b)$.
5. Пусть $56a = 65b$, где a и b - натуральные числа. Докажите, что $a + b$ - составное число.
6. Докажите, что число, состоящее из четного числа одинаковых цифр, делится на 11.
7. Найдите числа, представляющие собой кубы натуральных чисел и имеющие вид $13p + 1$, где p - простое число.
8. При каких x число $14x$ сравнимо с 22 по модулю 36?
9. Решите уравнение $8x - 13y = 63$ в целых числах.
10. Найти наименьшее натуральное число, которое при делении на 7, 13, 17 дает соответственно остатки 4, 9, 1.
11. Докажите, что степень двойки не может оканчиваться четырьмя одинаковыми цифрами.
12. Через сколько точек с целыми координатами проходят стороны треугольника с вершинами $A(2; 3)$, $B(7; 8)$ и $C(13; 5)$?
13. Строится водопровод длиной 107 метров. Имеются трубы по 4 метра и по 3 метра. Сколько нужно взять тех и других труб, чтобы число сварных швов было наименьшим?
14. Найдите порядок числа 16 по модулю 23.
15. Покажите, что число 7 является первообразным корнем по модулю 13.
16. Составьте таблицу индексов по модулю 13 и основанию 7.
17. Индексированием установите, является ли число 20 первообразным корнем по модулю 13.
18. В десятичной системе счисления найти признак делимости на 17.

19. В пятиричной системе счисления найти признак делимости на 4. Приведите примеры.
20. Обратите периодическую десятичную дробь $0,111(2)$ в обыкновенную.

Вопросы к экзамену:

1. Отношение делимости в кольце целых чисел.
2. Деление с остатком. Лемма о делении с остатком.
3. Простые и составные числа. Лемма об интервалах.
4. Решето Эратосфена. Бесконечность множества простых чисел.
5. Основная теорема арифметики.
6. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
7. Алгоритм Евклида.
8. Числовые функции.
9. Конечные цепные дроби.
10. Бесконечные цепные дроби.
11. Подходящие дроби и их свойства. Наилучшие приближения.
12. Отношение сравнимости целых чисел по модулю.
13. Кольцо классов вычетов.
14. Полная и приведенная системы вычетов.
15. Теорема Ферма-Эйлера.
16. Решение сравнений первой степени.
17. Решение линейных диофантовых уравнений от двух переменных.
18. Теорема Паскаля. Признаки делимости.
19. Порядок числа по модулю.
20. Первообразные корни и индексы.
21. Решение двучленных сравнений.
22. Систематические дроби.
23. Длина периода и предпериода систематической дроби.
24. Обращение обыкновенных дробей в десятичные и обратно.

5.4. Оценка результатов обучения в соответствии с индикаторами достижения компетенций

Неудовл.: не достигнут

Удовл. Пороговый уровень: Знает определение и свойства основных объектов теории чисел, умеет решать сравнения первой степени, находить первообразные корни по простому модулю с опорой на готовые формулы; умеет практически применять знания арифметики кольца целых чисел. Способен решать стандартные задачи с опорой на готовые формулы. Способен решать элементарные задачи.

Хорошо. Базовый уровень: Знает определение и свойства основных объектов теории чисел и их взаимодействия; теоретическое обоснование методов решения задач; основные понятия и факты теории чисел и теории сравнений. Знает идеи доказательства теорем, изучаемых в программе курса. Может приводить примеры объектов, фигурирующих в определениях понятий; умеет решать сравнения первой степени, находить первообразные корни по простому модулю; умеет практически применять знания арифметики кольца целых чисел. Может использовать в работе дополнительные источники информации. Способен решать стандартные задачи.

Отлично. Высокий уровень: Знает определение и свойства основных объектов теории чисел и их взаимодействия теоретическое обоснование методов решения задач; основные понятия и факты теории чисел и теории сравнений. Умеет доказывать теоремы, изучаемые в программе курса. Может приводить примеры объектов, фигурирующих в определениях понятий, применять изученные теоремы на практике; умеет решать сравнения первой степени, находить первообразные корни по простому модулю; умеет практически применять знания арифметики кольца целых чисел. Уверенно пользуется работой со всевозможными источниками информации по дисциплине, использованием математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, пониманием универсального характера законов логики математических рассуждений, их применимости в различных областях человеческой деятельности. Способен решать нестандартные задачи.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Издание	Экз.
Л1.1	Г. А. Сикорская	Алгебра и теория чисел: учебное пособие — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017 — URL: https://www.iprbookshop.ru/78763.html	9999
Л1.2	Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов	Алгебра и теория чисел: учебное пособие — Казань : Изд-во КНИТУ, 2014 — URL: http://www.iprbookshop.ru/61956.html	9999

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Издание	Экз.
Л2.1	Э. Л. Балюкевич, З. В. Алферова, А. Н. Романиков	Алгебра и теория чисел: учебно-методический комплекс — Москва : Евразийский открытый институт, 2011 — URL: http://www.iprbookshop.ru/10599	9999

	Авторы, составители	Издание	Экз.
Л2.2	Б. М. Веретенников, М. М. Михалева	Алгебра и теория чисел. Часть 1: учебное пособие — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, 2014 — URL: http://www.iprbookshop.ru/66141.html	9999
6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"			
Э1	Теория чисел - Нестеренко Ю.В.		
Э2	Научный форум dxdu		
6.3.1 Перечень программного обеспечения			
6.3.1.1	Пакет Microsoft Office		
6.3.1.2	Пакет LibreOffice		
6.3.1.3	Пакет OpenOffice.org		
6.3.1.4	Операционная система семейства Windows		
6.3.1.5	Интернет браузер		
6.3.1.6	Программа для просмотра электронных документов формата pdf, djvu		
6.3.2 Перечень информационных справочных систем			
6.3.2.1	eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека		
6.3.2.2	Электронная библиотека НПП / Алтайский государственный педагогический университет, Научно-педагогическая библиотека		
6.3.2.3	МЭБ. Межвузовская электронная библиотека / Новосибирский государственный педагогический университет		
6.3.2.4	Национальная электронная библиотека : федеральная государственная информационная система / Министерство культуры Российской Федерации, Российская государственная библиотека		

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1	Оборудованные учебные аудитории, в том числе с использованием видеопроектора и подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационнообразовательную среду Университета.
7.2	Аудитории для самостоятельной работы с подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.
7.3	Компьютерный класс с подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1. Работать с рекомендованной лектором учебно-методической литературой.
 2. Посещение лекционных и практических занятий не является достаточным условием усвоения курса. Необходима активная самостоятельная работа.
 3. При подготовке к очередному лекционному занятию следует в целом восстановить (повторить) материал предыдущей лекции (по собственным записям или по соответствующему учебнику). Такой уровень усвоения материала подразумевает знание определений основных понятий и формулировок основных утверждений. Желательно также заполнить пробелы предыдущей лекции: ответить на поставленные во время ее чтения вопросы; выполнить упражнения; восстановить доказательства или их фрагменты утверждений.
 4. Регулярно посещать консультации.
- Дисциплина «Алгебра» призвана сформировать у студентов целостное представление об основных понятиях курса «Алгебра», обеспечить усвоение методов решения задач и доказательства теорем. Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Они помогают студентам глубже усвоить учебный материал, приобрести навыки творческой работы с основной и дополнительной литературой и лекционным материалом. Практическое занятие представляет собой форму организации учебного процесса, в ходе которого студент должен приобрести новые учебные знания, их систематизировать и концептуализировать; оперировать базовыми понятиями и теоретическими конструкциями учебной дисциплины. Целью практических занятий является приобретение студентами новых знаний, умений и навыков, необходимых для профессиональной деятельности, развитие у них естественно-научного мышления и интеллектуальных.

Методические рекомендации для обучающихся (с ОВЗ)

Под специальными условиями для получения образования обучающимися с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития, включающие в себя использование специальных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования. Построение образовательного процесса ориентировано на учет индивидуальных возрастных, психофизических особенностей обучающихся, в частности предполагается возможность разработки индивидуальных учебных планов. Реализация индивидуальных учебных планов

сопровождается поддержкой тьютора (родителя, взявшего на себя тьюторские функции в процессе обучения, волонтера). Обучающиеся с ОВЗ, как и все остальные студенты, могут обучаться по индивидуальному учебному плану в установленные сроки с учетом индивидуальных особенностей и специальных образовательных потребностей конкретного обучающегося. При составлении индивидуального графика обучения для лиц с ОВЗ возможны различные варианты проведения занятий: проведение индивидуальных или групповых занятий с целью устранения сложностей в усвоении лекционного материала, подготовке к семинарским занятиям, выполнению заданий по самостоятельной работе. Для лиц с ОВЗ, по их просьбе, могут быть адаптированы как сами задания, так и формы их выполнения. Выполнение под руководством преподавателя индивидуального проектного задания, позволяющего сочетать теоретические знания и практические навыки; применение мультимедийных технологий в процессе ознакомительных лекций и семинарских занятий, что позволяет экономить время, затрачиваемое на изложение необходимого материала и увеличить его объем. Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации преподаватели, в соответствии с потребностями студента, отмеченными в анкете, и рекомендациями специалистов дефектологического профиля, разрабатывает фонды оценочных средств, адаптированные для лиц с ограниченными возможностями здоровья и позволяющие оценить достижение ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций, заявленных в образовательной программе. Форма проведения текущей аттестации для студентов с ОВЗ устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). Лицам с ОВЗ может быть предоставлено дополнительное время для подготовки к ответу на экзамене, выполнения задания для самостоятельной работы. При необходимости студент с ограниченными возможностями здоровья подает письменное заявление о создании для него специальных условий в Учебно-методическое управление Университета с приложением копий документов, подтверждающих статус инвалида или лица с ОВЗ.