

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Алтайский государственный педагогический университет»
(ФГБОУ ВО «АлтГПУ»)

УТВЕРЖДАЮ
проректор по образовательной и
международной деятельности

_____ С.П. Волохов

Конечномерные линейные пространства
рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	Кафедра математики и методики обучения математике
Учебный план	ПМ01.03.04_2022.plx 01.03.04 Прикладная математика
Квалификация	бакалавр
Форма обучения	очная
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ

Часов по учебному плану	108	Виды контроля в семестрах:
в том числе:		зачеты 4
аудиторные занятия	48	
самостоятельная работа	56	

Программу составил(и):

кфмн, Доц., Исаев Исмаил Мусаевич _____

Рабочая программа дисциплины

Конечномерные линейные пространства

разработана на основании ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика (приказ Минобрнауки России от 15.01.2018 г. № 11)

составлена на основании учебного плана 01.03.04 Прикладная математика (Уровень: бакалавриат; квалификация: бакалавр), утвержденного Учёным советом ФГБОУ ВО «АлтГПУ» от 25.04.2022, протокол № 9.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Кафедра математики и методики обучения математике

Протокол № 8 от 19.04.2022 20:00:00 г.

Срок действия программы: 2022-2026 уч.г.

Зав. кафедрой Борисенко Оксана Викторовна

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	4 (2.2)		Итого	
Неделя	21			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	18	18	18	18
Практические	30	30	30	30
Контроль самостоятельной работы	4	4	4	4
Итого ауд.	48	48	48	48
Контактная работа	52	52	52	52
Сам. работа	56	56	56	56
Итого	108	108	108	108

1.1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.1.1	формирование у студентов представлений о месте алгебры в современной науке и образовании, систематизированных знаний в области алгебры и ее методов, решать типовые и нестандартные задачи, формирование математического мышления, социально-личностных качеств выпускников.
1.2. ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.2.1	познакомить студента с системами линейных уравнений и методами их решения;
1.2.2	познакомить студента с арифметическими векторными пространствами;
1.2.3	познакомить студента с основными понятиями и теоремами о матрицах и определителях;
1.2.4	изучить линейные операторы;
1.2.5	изучить евклидовы пространства и линейные операторы евклидовых пространств.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Цикл (раздел) ОП:	Б1.О
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия
2.1.2	Вводный курс математики
2.2	Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Математическое и имитационное моделирование
2.2.2	Методы оптимизации
2.2.3	Многомерный анализ данных
2.2.4	Исследование операций

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ОПК-1.1: Демонстрирует знания основ фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин	
ОПК-1.2: Использует для решения проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности соответствующий физико-математический аппарат	
ОПК-1.3: Критически оценивает и пополняет знания в области естественнонаучных и математических дисциплин	
УК-1.1: Ставит и анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	
УК-1.2: Осуществляет поиск, обработку, анализ и синтез информации для решения поставленных задач	
УК-1.3: Рассматривает различные варианты решения поставленных задач на основе системного подхода, научных методов и достижений	

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	основные разделы алгебры;
3.1.2	классические факты алгебры;
3.1.3	утверждения и методы указанной предметной области.
3.2	Уметь:
3.2.1	применять теоретические знания при решении задач;
3.2.2	решать типовые задачи в указанной предметной области;
3.3	Владеть:
3.3.1	способами решения типовых алгебраических задач;
3.3.2	представлениями о связи алгебры с прикладной математикой.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)					
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература
	Раздел 1. Конечномерные линейные пространства				

1.1	Векторные пространства. Свойства векторных пространств. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис векторного пространства. Координаты вектора в базисе /Лек/	4	4	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.2	Векторные пространства. Свойства векторных пространств. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис векторного пространства. Координаты вектора в базисе /Пр/	4	8	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.3	Векторные пространства. Свойства векторных пространств. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис векторного пространства. Координаты вектора в базисе /Ср/	4	14	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.4	Матрицы и определители. Перестановки. Инверсии. Транспозиции. Теорема о транспозиции в перестановке. Определители порядка n. Свойства определителей. Матрицы и операции над ними. Обратная матрица. Критерий обратимости. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Понятие ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений /Лек/	4	4	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.5	Матрицы и определители. Перестановки. Инверсии. Транспозиции. Теорема о транспозиции в перестановке. Определители порядка n. Свойства определителей. Матрицы и операции над ними. Обратная матрица. Критерий обратимости. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Понятие ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений /Пр/	4	8	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.6	Матрицы и определители. Перестановки. Инверсии. Транспозиции. Теорема о транспозиции в перестановке. Определители порядка n. Свойства определителей. Матрицы и операции над ними. Обратная матрица. Критерий обратимости. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Понятие ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений /Ср/	4	14	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3

1.7	Линейные преобразования. Преобразование координат. Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Ядро и образ линейного оператора. Невырожденные линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейные операторы с простым спектром. Критерий приводимости матрицы к диагональному виду /Лек/	4	6	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.8	Линейные преобразования. Преобразование координат. Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Ядро и образ линейного оператора. Невырожденные линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейные операторы с простым спектром. Критерий приводимости матрицы к диагональному виду /Пр/	4	8	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.9	Линейные преобразования. Преобразование координат. Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Ядро и образ линейного оператора. Невырожденные линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейные операторы с простым спектром. Критерий приводимости матрицы к диагональному виду /Ср/	4	14	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.10	Евклидовы пространства. Ортогональные и ортонормированные базисы евклидовых пространств. Процесс ортогонализации. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные и симметрические операторы евклидовых пространств. Ортогональные матрицы. /Лек/	4	4	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.11	Евклидовы пространства. Ортогональные и ортонормированные базисы евклидовых пространств. Процесс ортогонализации. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные и симметрические операторы евклидовых пространств. Ортогональные матрицы. /Пр/	4	6	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3

1.12	Евклидовы пространства. Ортогональные и ортонормированные базисы евклидовых пространств. Процесс ортогонализации. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные и симметрические операторы евклидовых пространств. Ортогональные матрицы. /Ср/	4	14	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л2.1 Л2.2 Л2.3
------	---	---	----	---	-------------------------------

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Перечень индикаторов достижения компетенций, форм контроля и оценочных средств

УК-1.1: Ставит и анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие
 УК-1.2: Осуществляет поиск, обработку, анализ и синтез информации для решения поставленных задач
 УК-1.3: Рассматривает различные варианты решения поставленных задач на основе системного подхода, научных методов и достижений
 ОПК-1.1: Демонстрирует знания основ фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин
 ОПК-1.2: Использует для решения проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности соответствующий физико-математический аппарат
 ОПК-1.3: Критически оценивает и пополняет знания в области естественнонаучных и математических дисциплин

5.2. Технологическая карта достижения индикаторов

Перечень индикаторов компетенций: УК-1, УК-1.2, УК-1.3, ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
 Виды учебной работы:
 Формы контроля и оценочные средства: вопросы для устного опроса (10 баллов)
 Перечень индикаторов компетенций: УК-1, УК-1.2, УК-1.3, ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
 Виды учебной работы семинарские занятия
 Формы контроля и оценочные средства: вопросы для устного опроса, контрольная работа (30 баллов)
 Перечень индикаторов компетенций: УК-1, УК-1.2, УК-1.3, ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
 Виды учебной работы: контрольный срез
 Формы контроля и оценочные средства: контрольная работа (15 баллов), самостоятельная работа (15 баллов)
 Перечень индикаторов компетенций: УК-1, УК-1.2, УК-1.3, ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
 Формы контроля и оценочные средства: зачет
 Формы контроля и оценочные средства: вопросы к зачету (30 баллов)
 Перечень индикаторов компетенций: УК-1, УК-1.2, УК-1.3, ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3

5.3. Формы контроля и оценочные средства

Примерные задания для контрольных работ:

Контрольная работа "Арифметические векторные пространства"

1. Найти базис системы векторов, а все остальные векторы системы выразить через базисные.
2. Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений.

Контрольная работа "Матрицы и определители"

1. Решить матричное уравнение.
2. Найти обратную матрицу.
3. Вычислить определитель матрицы.

Контрольная работа "Линейные преобразования"

1. Найти матрицу линейного преобразования в базисе.
2. Найти ядро и образ линейного преобразования.
3. Найти матрицу преобразования в новом базисе.

Контрольная работа "Евклидовы пространства"

1. Используя процесс ортогонализации Грамма-Шмидта построить ортогональный базис пространства
2. Разложить вектор евклидова пространства на проекцию и ортогональную составляющую к данному подпространству.

Выполнить индивидуальные задания по темам:

1. Арифметические векторные пространства
2. Матрицы и определители
3. Линейные преобразования
4. Евклидовы пространства

Вопросы к зачету по конечномерным линейным пространствам

1. Векторное пространство. Определение и примеры. Простейшие свойства.
2. Линейно зависимые системы векторов и их свойства.
3. Теорема о линейной зависимости линейных комбинаций.
4. Базис и размерность векторного пространства. Критерий базиса пространства R^n .
5. Координаты вектора в базисе.
6. Подпространства. Критерий подпространства.
7. Операции над подпространствами. Теорема о размерности суммы подпространств.
8. Базис и ранг конечной системы векторов. Понятие линейной оболочки системы векторов.
9. Ранг матрицы. Вычисление ранга.
10. Практическое нахождение базиса системы векторов.
11. Пространство решений однородной системы линейных уравнений ФСР.
12. Теорема Кронекера-Капелли (критерий совместности).
13. Связь между решениями однородной и неоднородной линейной системы, понятие линейного многообразия.
14. Операции над матрицами и их свойства.
15. Перестановки. Четность перестановки.
16. Подстановки. Четность подстановки.
17. Определитель матрицы и его свойства.
18. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке.
19. Правило Крамера.
20. Теорема о ранге и ее следствия.
21. Обратная матрица.
22. Матрица перехода.
23. Координаты вектора в различных базисах.
24. Линейные преобразования. Матрица линейного преобразования. Примеры.
25. Матрица линейного преобразования. Связь между координатами векторов $\varphi(a)$ и a .
26. Связь между матрицами линейного преобразования в различных базисах.
27. Операции над линейными преобразованиями.
28. Ядро и образ линейного преобразования.
29. Невырожденные линейные преобразования.
30. Характеристические корни и собственные значения.
31. Евклидово пространство. Неравенство Коши – Буняковского и его приложения.
32. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Процесс ортогонализации.
33. Ортогональные матрицы.

5.4. Оценка результатов обучения в соответствии с индикаторами достижения компетенций

Неудовлетворительно.: не достигнут

Удовлетворительно. Пороговый уровень:

Знает: формулировки основных определений, формулировки основных теорем курса, свойства основных объектов, рассматриваемых в курсе.

Умеет: применять определения и теоремы при решении основных задач.

Владеет: навыками решения элементарных задач.

Хорошо. Базовый уровень:

знает: формулировки всех определений, все теоремы курса с идеями доказательства, свойства рассматриваемых объектов.

Умеет: применять определения и теоремы при решении задач.

Владеет: навыками решения задач.

Отлично. Высокий уровень:

Знает: формулировки всех определений, все теоремы курса с доказательством, свойства всех рассматриваемых объектов.

Умеет: применять определения, идеи доказательства теорем при решении задач.

Владеет: навыками решения творческих задач.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Издание	Экз.
Л1.1	И. М. Исаев, А. С. Кузьмина ; Алтайский государственный педагогический университет	Элементы абстрактной и компьютерной алгебры: учебное пособие — Барнаул : АлтГПУ, 2015 — URL: http://library.altspu.ru/contents/778762.pdf	43

	Авторы, составители	Издание	Экз.
Л1.2	И. М. Исаев, А. С. Кузьмина ; Алтайский государственный педагогический университет	Элементы абстрактной и компьютерной алгебры [Электронный ресурс]: учебное пособие — Барнаул : АлтГПУ, 2015 — URL: http://library.altspu.ru/dc/pdf/kuzmina.pdf	9999
Л1.3	Е. В. Кайгородов	Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие — Горно-Алтайск : БИЦ Горно-Алтайского государственного университета, 2018 — URL: https://e.lanbook.com/book/159324	9999

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Издание	Экз.
Л2.1	М. Ш. Ставский ; Барнаульский государственный педагогический университет	Системы линейных уравнений и арифметические векторные пространства: [пособие для студентов 1 курса математического факультета педуниверситета] — Барнаул, 2008	101
Л2.2	Ю. В. Кочетова, Е. Е. Ширшова	Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс]: курс лекций — Москва : Прометей, 2013 — URL: http://www.iprbookshop.ru/23973	9999
Л2.3	А. С. Кошечев, М. А. Медведева, О. И. Никонов	Линейная алгебра: учебное пособие — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, 2013 — URL: http://www.iprbookshop.ru/69618.html	9999

6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	Пакет Microsoft Office
6.3.1.2	Операционная система семейства Windows
6.3.1.3	Программа для просмотра электронных документов формата pdf, djvu
6.3.1.4	Интернет браузер

6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	МЭБ. Межвузовская электронная библиотека / Новосибирский государственный педагогический университет
6.3.2.2	Электронная библиотека НПП / Алтайский государственный педагогический университет, Научно-педагогическая библиотека

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1	Оборудованные учебные аудитории, в том числе с использованием мультимедийных комплектов, подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.
7.2	Аудитории для самостоятельной работы с подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Курс проводится в форме лекционных и практических (семинарских) занятий. Студент должен:

1. Работать с рекомендованной лектором учебно-методической литературой.
 2. Посещение лекционных и практических занятий не является достаточным условием усвоения курса. Необходима активная самостоятельная работа.
 3. При подготовке к очередному лекционному занятию следует в целом восстановить (повторить) материал предыдущей лекции (по собственным записям или по соответствующему учебнику). Такой уровень усвоения материала подразумевает знание определений основных понятий и формулировок основных утверждений. Желательно также заполнить пробелы предыдущей лекции: ответить на поставленные во время ее чтения вопросы; выполнить упражнения; восстановить доказательства или их фрагменты утверждений.
 4. Регулярно посещать консультации.
- Дисциплина «Конечномерные линейные пространства» призвана сформировать у студентов целостное представление об основных понятиях курса «Конечномерные линейные пространства», обеспечить усвоение методов решения задач и доказательства теорем. Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Они помогают студентам глубже усвоить учебный материал, приобрести навыки творческой работы с основной и дополнительной литературой и лекционным материалом. Практическое занятие представляет собой форму организации учебного процесса, в ходе которого студент должен приобрести новые учебные знания, их систематизировать и концептуализировать; оперировать базовыми понятиями и теоретическими конструкциями учебной дисциплины. Целью практических занятий является приобретение студентами новых знаний, умений и навыков, необходимых для профессиональной деятельности, развитие у них естественно-научного мышления и интеллектуальных.

Методические рекомендации для обучающихся (с ОБЗ)

Под специальными условиями для получения образования обучающимися с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития, включающие в себя использование специальных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования. Построение образовательного процесса ориентировано на учет индивидуальных возрастных, психофизических особенностей обучающихся, в частности предполагается возможность разработки индивидуальных учебных планов. Реализация индивидуальных учебных планов сопровождается поддержкой тьютора (родителя, взявшего на себя тьюторские функции в процессе обучения, волонтера). Обучающиеся с ОВЗ, как и все остальные студенты, могут обучаться по индивидуальному учебному плану в установленные сроки с учетом индивидуальных особенностей и специальных образовательных потребностей конкретного обучающегося. При составлении индивидуального графика обучения для лиц с ОВЗ возможны различные варианты проведения занятий: проведение индивидуальных или групповых занятий с целью устранения сложностей в усвоении лекционного материала, подготовке к семинарским занятиям, выполнению заданий по самостоятельной работе. Для лиц с ОВЗ, по их просьбе, могут быть адаптированы как сами задания, так и формы их выполнения. Выполнение под руководством преподавателя индивидуального проектного задания, позволяющего сочетать теоретические знания и практические навыки; применение мультимедийных технологий в процессе ознакомительных лекций и семинарских занятий, что позволяет экономить время, затрачиваемое на изложение необходимого материала и увеличить его объем. Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации преподаватели, в соответствии с потребностями студента, отмеченными в анкете, и рекомендациями специалистов дефектологического профиля, разрабатывает фонды оценочных средств, адаптированные для лиц с ограниченными возможностями здоровья и позволяющие оценить достижение ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций, заявленных в образовательной программе. Форма проведения текущей аттестации для студентов с ОВЗ устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). Лицам с ОВЗ может быть предоставлено дополнительное время для подготовки к ответу на экзамене, выполнения задания для самостоятельной работы. При необходимости студент с ограниченными возможностями здоровья подает письменное заявление о создании для него специальных условий в Учебно-методическое управление Университета с приложением копий документов, подтверждающих статус инвалида или лица с ОВЗ.