

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Алтайский государственный педагогический университет»
(ФГБОУ ВО «АлтГПУ»)

УТВЕРЖДАЮ
проректор по образовательной и
международной деятельности

_____ С.П. Волохов

Функциональный анализ
рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	Кафедра математики и методики обучения математике
Учебный план	ПМ01.03.04_2022.plx 01.03.04 Прикладная математика
Квалификация	бакалавр
Форма обучения	очная
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ

Часов по учебному плану	144	Виды контроля в семестрах:
в том числе:		экзамены 6
аудиторные занятия	62	
самостоятельная работа	51	
часов на контроль	27	

Программу составил(и):

кфмн, Доц., *Зенков Алексей Владимирович* _____

Рабочая программа дисциплины

Функциональный анализ

разработана на основании ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика (приказ Минобрнауки России от 15.01.2018 г. № 11)

составлена на основании учебного плана 01.03.04 Прикладная математика (Уровень: бакалавриат; квалификация: бакалавр), утвержденного Учёным советом ФГБОУ ВО «АлтГПУ» от 25.04.2022, протокол № 9.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Кафедра математики и методики обучения математике

Протокол № 8 от 19.04.2022 20:00:00 г.

Срок действия программы: 2022-2026 уч.г.

Зав. кафедрой Борисенко Оксана Викторовна

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	6 (3.2)		Итого	
Неделя	21 2/6			
Вид занятий	уп	рп	уп	рп
Лекции	22	22	22	22
Практические	40	40	40	40
Контроль самостоятельной работы	4	4	4	4
Итого ауд.	62	62	62	62
Контактная работа	66	66	66	66
Сам. работа	51	51	51	51
Часы на контроль	27	27	27	27
Итого	144	144	144	144

1.1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.1.1	Ознакомление студентов с основными понятиями и методами дисциплины, а также выработка навыков теоретического мышления, использующих соответствующий основ определяющий инструментарий.

1.2. ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.2.1	Изложение основных положений дисциплины;
1.2.2	Рассмотрение различных типов теоретических предположений и их доказательства;
1.2.3	Контроль уровня знаний

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Цикл (раздел) ОП:	Б1.В
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Математика
2.1.2	Линейная алгебра и аналитическая геометрия
2.1.3	Дифференциальные уравнения
2.2	Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Многомерный анализ данных
2.2.2	Исследование операций
2.2.3	Производственная практика: проектно-технологическая практика
2.2.4	Производственная практика: преддипломная практика

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
УК-1.1: Ставит и анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	
УК-1.2: Осуществляет поиск, обработку, анализ и синтез информации для решения поставленных задач	
УК-1.3: Рассматривает различные варианты решения поставленных задач на основе системного подхода, научных методов и достижений	

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	Классификации и области применения математических методов и моделей; основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин для понимания сущности проблемы.
3.2	Уметь:
3.2.1	Приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы.
3.3	Владеть:
3.3.1	Владения современными проблемами естественных наук и математики; математическими методами при решении следующих задач: прогнозирование состояния объекта моделирования, управление физическими процессами, имитация физических процессов

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)					
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература
	Раздел 1. Основы функционального анализа				
1.1	Метрические пространства /Лек/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.2	Метрические пространства /Пр/	6	6	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.3	Метрические пространства /Ср/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.4	Линейные нормированные пространства /Лек/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.5	Линейные нормированные пространства /Пр/	6	4	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3

1.6	Линейные нормированные пространства /Ср/	6	4	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.7	Сжимающие отображения /Лек/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.8	Сжимающие отображения /Пр/	6	4	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.9	Сжимающие отображения /Ср/	6	4	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.10	Топологические пространства /Лек/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.11	Топологические пространства /Ср/	6	4	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.12	Линейные операторы /Лек/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.13	Линейные операторы /Пр/	6	8	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.14	Линейные операторы /Ср/	6	6	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.15	Обратные операторы /Лек/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.16	Обратные операторы /Пр/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.17	Обратные операторы /Ср/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.18	Сопряженный оператор /Лек/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.19	Сопряженный оператор /Ср/	6	6	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.20	Спектр оператора /Лек/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.21	Спектр оператора /Пр/	6	4	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.22	Спектр оператора /Ср/	6	5	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.23	Интегральные уравнения Фредгольма /Лек/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.24	Интегральные уравнения Фредгольма /Пр/	6	4	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.25	Интегральные уравнения Фредгольма /Ср/	6	6	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.26	Интегральные уравнения Вольтерра /Лек/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.27	Интегральные уравнения Вольтерра /Пр/	6	4	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.28	Интегральные уравнения Вольтерра /Ср/	6	6	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.29	Приближение функций /Лек/	6	2	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.30	Приближение функций /Пр/	6	4	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.31	Приближение функций /Ср/	6	6	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.32	Функциональный анализ /Экзамен/	6	27	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Перечень индикаторов достижения компетенций, форм контроля и оценочных средств

УК-1.1: Ставит и анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

УК-1.2: Осуществляет поиск, обработку, анализ и синтез информации для решения поставленных задач

УК-1.3: Рассматривает различные варианты решения поставленных задач на основе системного подхода, научных методов

и достижений
5.2. Технологическая карта достижения индикаторов
Перечень индикаторов компетенций: ИУК-1.1, ИУК-1.3, ИУК-1.5, ИОПК-1.1, ИОПК-2.2 Виды учебной работы: лекционные занятия Формы контроля и оценочные средства: вопросы для самоконтроля (10 баллов) Перечень индикаторов компетенций: ИУК-1.1, ИУК-1.3, ИУК-1.5, ИОПК-1.1, ИОПК-2.2 Виды учебной работы: семинарские занятия Формы контроля и оценочные средства: вопросы для самоконтроля, контрольная работа, самостоятельная работа (40 баллов) Перечень индикаторов компетенций: ИУК-1.1, ИУК-1.3, ИУК-1.5, ИОПК-1.1, ИОПК-2.2 Виды учебной работы: контрольный срез Формы контроля и оценочные средства: контрольная работа (15 баллов) Перечень индикаторов компетенций: ИУК-1.1, ИУК-1.3, ИУК-1.5, ИОПК-1.1, ИОПК-2.2 Виды учебной работы: самостоятельная работа Формы контроля и оценочные средства: самостоятельная работа (10 баллов) Перечень индикаторов компетенций: ИУК-1.1, ИУК-1.3, ИУК-1.5, ИОПК-1.1, ИОПК-2.2 Виды учебной работы: экзамен Формы контроля и оценочные средства: вопросы к экзамену (25 баллов)
5.3. Формы контроля и оценочные средства
Вопросы к экзамену: Метрические и топологические пространства. Сходимость. Полнота. Компактность. Линейные нормированные пространства. Линейная зависимость. Размерность. Эвклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Сжимающие отображения. Теорема Банаха о неподвижной точке. Линейные операторы $A: E \rightarrow E_1$. Пространства E^*, E_1^*. Линейные операторы. Их нормы. Обратные операторы. Теорема Банаха. Непрерывность оператора. Необходимое и достаточное условие непрерывности линейного оператора. Теорема о существовании обратного оператора у обратимого и мало измененного. Сопряженный оператор $A^*: E_1^* \rightarrow E^*$ к оператору A и его свойства. Сопряженный оператор в Эвклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Вполне непрерывные операторы и их свойства. Вполне непрерывность A^*. Теорема о пределе последовательности вполне непрерывных операторов. Собственные значения линейного оператора, регулярные точки, спектр. Открытость регулярных точек оператора. Замкнутость спектра. Свойства собственных значений и собственных функций самосопряженного вполне непрерывного оператора. Теорема о регулярности λ, если $\lambda > \ A\$ и следствие о спектре. Теорема Гильберта-Шмидта. Интегральные уравнения и задачи, приводящие к ним. Теорема о вполне непрерывности. Теорема о разрешимости уравнения Фредгольма $\varphi = A\varphi + f$. Вырожденные ядра. Вид уравнения $\varphi = A\varphi + f$ для них. Решение уравнений $\varphi = A\varphi + f$ для вырожденных ядер. Метод решения уравнений Вольтерра. Дифференцируемость отображений в линейных нормированных пространствах. Максимум (минимум) функционала. Задачи вариационного исчисления. Экстремумы функционалов. Необходимое условие экстремума. Формула Тейлора для дифференцируемых отображений. Достаточные условия экстремума функционала. Понятие градиента функции и дивергенции вектор функции. Формула Гаусса-Остроградского и следствия из нее. Сведение краевой задачи $\Delta V = f$, $V _G = 0$ к функциональной. Решение функциональной задачи нахождением u. Существование решения вариационной задачи и единственность. Метод Рунге решения вариационной задачи. Приближение функций. Полнота и замкнутость системы. Ряд Фурье и его основное свойство. Ортонормированная система функций в $L_2[-\pi, \pi]$. Ее ряд Фурье. Примерные задания контрольных работ Является ли функция $\rho(x, y) = x - y$ метрикой на R? Является ли функция $\ x\ = (x-3)^2$ нормой на R? Будут ли функции $\sin x$ и $\cos x$ линейно зависимы на отрезке $[0, \pi]$?

Будет ли оператор A_f линейным на $C[0, p]$, непрерывным, вполне непрерывным?
Найти решение интегрального уравнения.

Примерные задания самостоятельных работ

Является ли пространство непрерывных функций на отрезке $[a, b]$ - $C([a, b])$ линейным?

Является ли оператор A_f линейным, непрерывным, вполне непрерывным, самосопряженным? Если f из $C([a, b])$, а $K(s, t)$ из $C([a, b] \times [a, b])$.

Нужно изготовить банку в форме цилиндра, заданного объема V . При каком соотношении высоты и радиуса основания на ее изготовление уйдет наименьшее количество материала?

Примерные вопросы для самоконтроля

Метрические и топологические пространства.

Сходимость. Полнота. Компактность.

Линейные нормированные пространства.

Линейная зависимость.

Размерность.

Неравенство Коши-Буняковского.

Сжимающие отображения.

Теорема Банаха о неподвижной точке.

Линейные операторы. Их нормы. Обратные операторы.

Теорема Банаха.

Формула Тейлора для дифференцируемых отображений.

Достаточные условия экстремума функционала

5.4. Оценка результатов обучения в соответствии с индикаторами достижения компетенций

Неудовлетворительно. Не достигнут.

Удовлетворительно. Пороговый уровень: фрагментарно знает классификации и области применения математических методов и моделей; основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин для понимания сущности проблемы; умеет приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы в диалоге с преподавателем; в целом владеет навыками применения современного математического инструментария для решения проблем профессиональной деятельности.

Хорошо. Базовый уровень: в целом знает классификации и области применения математических методов и моделей; основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин для понимания сущности проблемы; умеет приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы; на базовом уровне владеет навыками применения современного математического инструментария для решения проблем профессиональной деятельности.

Отлично. Высокий уровень: знает классификации и области применения математических методов и моделей; основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин для понимания сущности проблемы; умеет самостоятельно приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы; на высоком уровне владеет навыками применения современного математического инструментария для решения проблем профессиональной деятельности.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Издание	Экз.
Л1.1	С. А. Нелюхин, А. И. Сюсюкалов, Е. А. Сюсюкалова	Элементы функционального анализа: линейные операторы, уравнения в банаховых пространствах: учебное пособие — Рязань : Рязанский государственный радиотехнический университет, 2019 — URL: https://www.iprbookshop.ru/121427.html	9999

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Издание	Экз.
Л2.1	Ю. А. Алтухов, Л. М. Бронникова, Г. В. Пышнограй ; Алтайская государственная педагогическая академия	Краткий курс функционального анализа: учебное пособие [для студентов математических специальностей] — Барнаул : АлтГПА, 2012	23
Л2.2	П. Ю. Глазырина, М. В. Дейкалова, Л. Ф. Коркина	Функциональный анализ. Типовые задачи: учебное пособие — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, 2016 — URL: http://www.iprbookshop.ru/66213.html	9999
Л2.3	В. Л. Крепкогорский	Функциональный анализ: учебное пособие — Казань, 2014 — URL: http://www.iprbookshop.ru/62016.html	9999

6.3.1 Перечень программного обеспечения	
6.3.1.1	Пакет Microsoft Office
6.3.1.2	Операционная система семейства Windows
6.3.1.3	Программа для просмотра электронных документов формата pdf, djvu
6.3.1.4	Интернет браузер
6.3.2 Перечень информационных справочных систем	
6.3.2.1	МЭБ. Межвузовская электронная библиотека / Новосибирский государственный педагогический университет
6.3.2.2	Электронная библиотека НПБ / Алтайский государственный педагогический университет, Научно-педагогическая библиотека

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
7.1	Оборудованные учебные аудитории, в том числе с использованием мультимедийных комплектов, подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.
7.2	Аудитории для самостоятельной работы с подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.
7.3	Компьютерный класс с подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
Приступая к изучению дисциплины, студенту необходимо внимательно ознакомиться уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий. Самостоятельная работа студента предполагает работу с научной и учебной литературой. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных заданий. При изучении дисциплины студенты выполняют следующие задания: изучают рекомендованную научно-практическую и учебную литературу; выполняют задания, предусмотренные для самостоятельной работы. Основными видами аудиторной работы студентов являются лекции и практические занятия. В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, дает указания на самостоятельную работу. Практические служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков решения задач. Качество учебной работы студентов преподаватель оценивает с использованием фонда оценочных средств по дисциплине. Методические рекомендации для обучающихся (с ОВЗ) Под специальными условиями для получения образования обучающимися с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития, включающие в себя использование специальных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования. Построение образовательного процесса ориентировано на учет индивидуальных возрастных, психофизических особенностей обучающихся, в частности предполагается возможность разработки индивидуальных учебных планов. Реализация индивидуальных учебных планов сопровождается поддержкой тьютора (родителя, взявшего на себя тьюторские функции в процессе обучения, волонтера). Обучающиеся с ОВЗ, как и все остальные студенты, могут обучаться по индивидуальному учебному плану в установленные сроки с учетом индивидуальных особенностей и специальных образовательных потребностей конкретного обучающегося. При составлении индивидуального графика обучения для лиц с ОВЗ возможны различные варианты проведения занятий: проведение индивидуальных или групповых занятий с целью устранения сложностей в усвоении лекционного материала, подготовке к семинарским занятиям, выполнению заданий по самостоятельной работе. Для лиц с ОВЗ, по их просьбе, могут быть адаптированы как сами задания, так и формы их выполнения. Выполнение под руководством преподавателя индивидуального проектного задания, позволяющего сочетать теоретические знания и практические навыки; применение мультимедийных технологий в процессе ознакомительных лекций и семинарских занятий, что позволяет экономить время, затрачиваемое на изложение необходимого материала и увеличить его объем. Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации преподаватели, в соответствии с потребностями студента, отмеченными в анкете, и рекомендациями специалистов дефектологического профиля, разрабатывает фонды оценочных средств, адаптированные для лиц с ограниченными возможностями здоровья и позволяющие оценить достижение ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций, заявленных в образовательной программе. Форма проведения текущей аттестации для студентов с ОВЗ устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). Лицам с ОВЗ может быть предоставлено дополнительное время для подготовки к ответу на экзамене, выполнения задания для самостоятельной работы. При необходимости студент с ограниченными возможностями здоровья подает письменное заявление о создании для него специальных условий в Учебно-методическое управление Университета с приложением копий документов, подтверждающих статус инвалида или лица с ОВЗ.	